

Comment dit-cerner ?

Mathinée lacanienne du 28 novembre 2020

Avant de poursuivre l'exploration des diverses opérations topologiques introduites par Lacan au cours de ce séminaire extraordinaire qu'est « l'Identification », je voudrais revenir sur ce dont nous partons :

Fonction et champ de la parole et du langage, ce titre peut se développer en précisant : le langage est un champ, la parole est une fonction, ces deux termes de champ et de fonction étant – autant qu'il est possible – à prendre au sens mathématique.

Premier énoncé : le langage est un champ : Or, pour définir un champ, nous avons besoin de deux choses : la première est l'espace sur lequel ce champ est défini. La seconde est la nature de ce qui constitue le champ.

Par exemple, le champ gravitationnel est défini pour chaque point de l'espace euclidien à 3 dimensions, et sa nature est celle d'un champ de forces : champ vectoriel, donc. La pression atmosphérique (au sol) est définie en chaque point de l'espace constitué par la surface terrestre, et sa nature est celle d'un nombre : champ scalaire, donc.

Champ du langage, donc, pour lequel Lacan va rechercher tout au long de son enseignement à définir l'espace propre, en posant sans jamais varier là dessus qu'il s'agit nécessairement d'une surface. Ce qui variera en revanche c'est la nature de la surface en question : tore, cross cap, bouteille de Klein, mais en tout cas, jamais sphère, ni plan !

Quelle serait alors la nature de la « grandeur » constituant les éléments de ce champ ? Il me semble que l'on pourrait admettre provisoirement qu'il s'agit de signifiants : à chaque « point » de la surface « support » serait associé « un » signifiant. Admettons ...

Dès lors, ce champ du langage pourrait plausiblement être considéré comme ce rendrait possible, qui organiserait, voire piloterait cette fonction qu'est une parole. Cette fonction, nous pouvons raisonnablement supposer que ses variables seraient, tout naturellement, les coordonnées des points de la surface, ce qui définirait ainsi une « trajectoire » tracée sur cette surface, une courbe, qui si elle ne se recoupe pas et si elle est fermée, constitue précisément ce que nous avons appelé lacs.

Voilà ce qui – me semble-t-il – constitue le soubassement de ce que je souhaiterais continuer d'introduire aujourd'hui, à savoir une exploration des diverses manières dont un énoncé ou aussi bien une énonciation peuvent être figurés, en tant qu'elles conditionnent le surgissement de ce que Lacan appelle le sujet, et du même coup permet à quelque chose de surgir en même temps que ce sujet : ce que nous appelons le sens. D'où mon titre, que nous n'épuiserons pas aujourd'hui : Comment par le dit, ou plutôt par le dire, peut-être, le fait d'habiter le langage nous permet-il de cerner quelque chose ?

La dernière fois, nous nous étions quittés sur cette constatation que les lacs – les chemins fermés ne se recoupant pas – susceptibles d'être tracés sur un tore obéissaient à certaines contraintes quand au nombre de tours (d et D , comme Désir et Demande) qu'ils faisaient autour de l'axe et de l'âme du tore.

Ce qui est par ces lacs cerné est donc dans tous les cas un vide, occupé soit par l'axe soit par l'âme, une portion de l'espace tel qu'il est structuré par le fait qu'y existe un tore.

Il s'avère – nous ne l'avons pas démontré, mais simplement énoncé – que ces deux nombres d et D doivent être premiers entre eux pour que le tracé soit possible.

Ainsi, dans la liste des couples de nombres, nous avons illustré ce théorème en barrant les couples interdits, ce qui donnait cela :

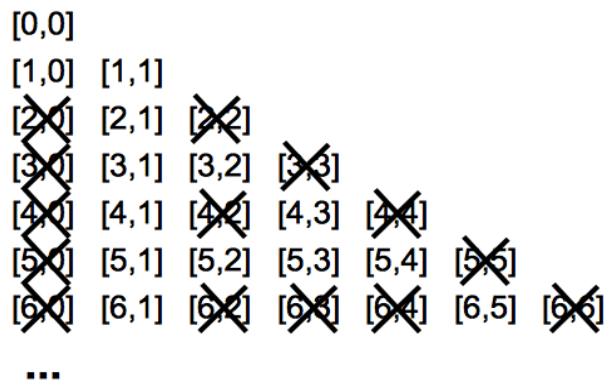


Figure 1

Vous vous souvenez peut-être que nous pouvions nous limiter aux couples pour lesquels le premier nombre est supérieur ou égal au second, car nous avons montré que :

« si n,m est possible, alors m,n l'est aussi »

Je vous rappelle que nous avons donné le tracé explicite de certains de ces lacs :

[0,0] : c'est le lacs nullifiable : un simple cercle qui n'enlace rien

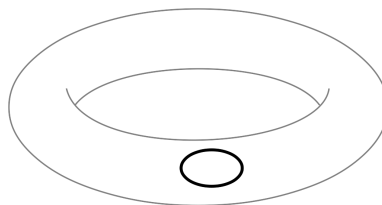


Figure 2: lacs nullifiable

[0,1] et [1,0] : ce sont les lacs qualifiés respectivement de « cercle vide » et « cercle plein », déjà vus plus haut :

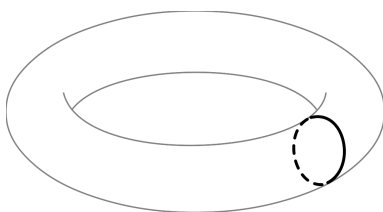


Figure 3 : Cercle plein

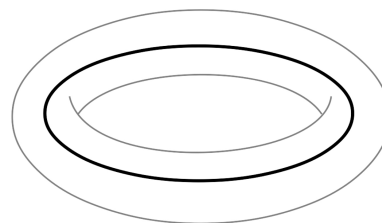


Figure 4 : Cercle vide

La série des [1,1] [2,1] [3,1] [4,1] [1,5] [1,6] etc : c'est la série des « bobines » [1,n] figurant la répétition de la demande, complétée (nécessairement dès que $n > 1$, nous l'avons vu) par un tour autour de l'axe.

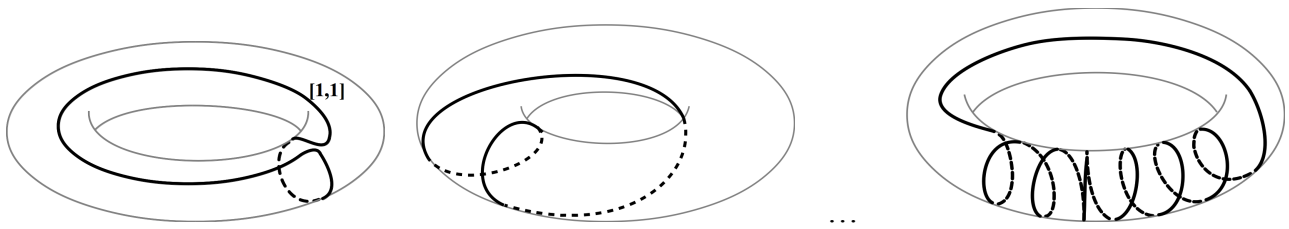


Figure 5 : La série des bobines $D = n, d = 1$

Les tracés suivants sont de plus en plus complexes, et forment une famille de tracés qui ont la caractéristique d'être noués. Ils forment une famille de nœuds, les nœuds toriques dont je vous donne quelques exemples ci dessous :

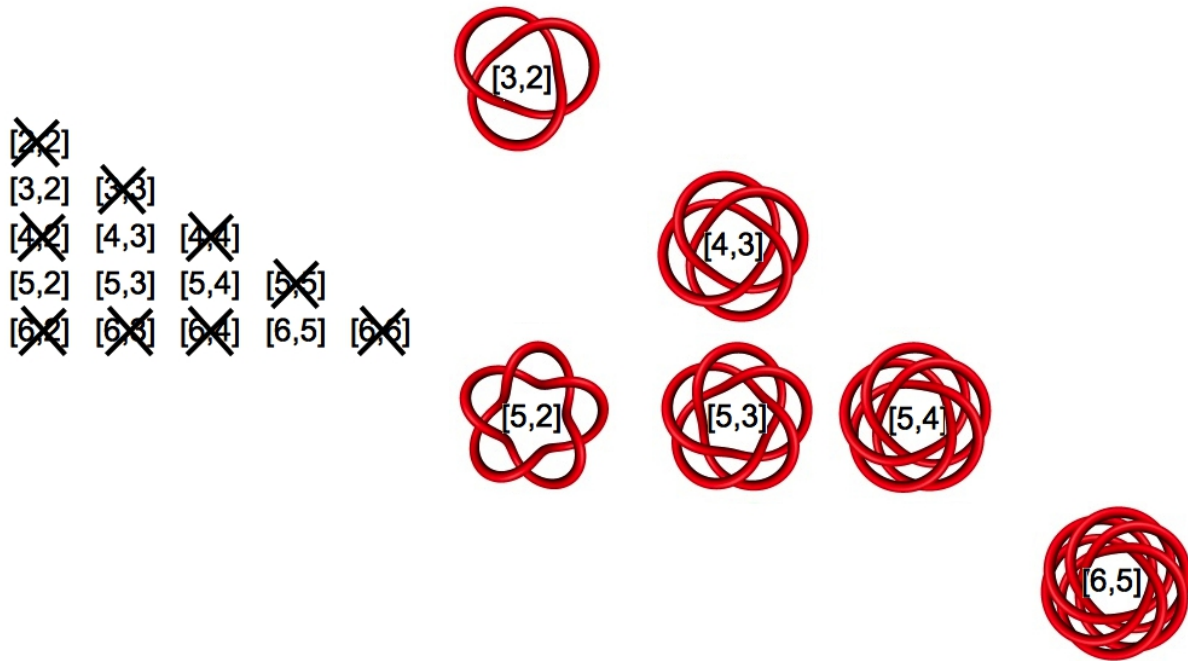


Figure 6 : Quelques lacs formant des nœuds toriques.

En ce point, il faut remarquer que la lecture de Lacan ne s'arrête pas à l'intérêt que présentent ces lacs en ceci qu'ils sont « non nullifiables » (sauf le $[0,0]$), et nous permettent ainsi de nous extraire de la logique de la sphère.

Il va plus loin, en remarquant que la parole n'est pas seulement une fonction, qui déterminerait une trajectoire sur la surface considérée. C'est aussi quelque chose qui fait coupure. L'« effet sujet » qu'il entend figurer par son recours à la topologie ne résulte pas du simple tracé d'une trajectoire de parole sur la surface support. Il s'agit de prendre en compte le fait que la parole est un véritable événement matériel, qui transforme radicalement la surface support, en opérant une coupure.

Ce point, qui me semble capital nous oblige à reprendre les lacs, dont nous avons tenté d'organiser l'ensemble, en comptant leurs tours, et d'examiner maintenant ce qui résulte d'une coupure suivant chacun d'eux.

Pour les premiers, nous savons déjà ce qui arrive :

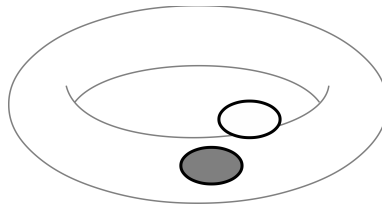


Figure 7 : Découpe du tore selon un lacs nullifiable

Une découpe suivant un lacs nullifiable a pour résultat un disque d'une part, un tore troué d'autre part. Comme vous le savez, le tore troué n'est pas une figure simple. Lacan y reviendra notamment dans le séminaire « L'insu que sait de l'Une bévée c'est la mourre », où avec la collaboration de Pierre Soury, il abordera la question du retournement du tore.

Qu'il nous suffise de noter ici ce que produit la découpe :

deux morceaux , chacun pourvu d'un seul bord et de deux faces

Les autres coupes produisent un effet différent, en ceci qu'elles ne scindent pas le tore en deux morceaux. Vous connaissez déjà le résultat d'une découpe selon les lacs $[1,0]$ et $[0,1]$:

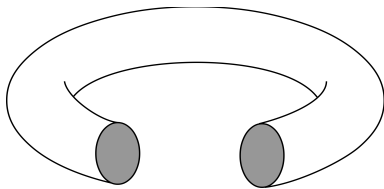


Figure 8 : « manche »

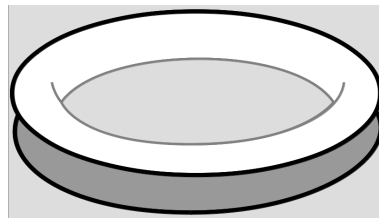


Figure 9 : « ceinture »

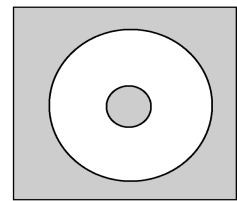


Figure 10 : Disque troué

Il s'agit d'une bande biface, que Lacan désigne comme « manche » ou « ceinture » suivant les cas, et plus tard, Soury soulignera l'identité topologique de ces deux formes avec un simple disque troué. Le résultat peut donc se résumer maintenant par :

un morceau unique comportant deux bords et deux faces

Comme vous vous en doutez, la découpe selon des lacs plus compliqués donne lieu à un résultat lui aussi plus compliqué. Ainsi, la découpe selon un lacs $[1,1]$ transforme le tore, vous pourrez le vérifier, en une bande biface comportant une torsion :

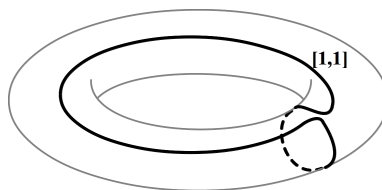


Figure 11 : Lacs $[1,1]$

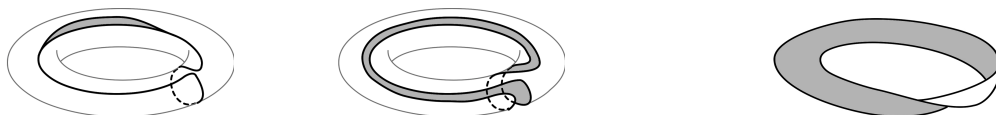


Figure 12 : Résultat de la coupure selon le lacs $[1,1]$

L'étude systématique des résultats de ces coupures serait évidemment fastidieuse. Elle est esquissée par Soury dans le séminaire « Le moment de conclure » (leçon VIII du 14 mars 1978) où sont présentés plusieurs résultats. En voici deux, à titre d'exemple, ainsi qu'une autre qui figure au chapitre XXI du séminaire que nous étudions :

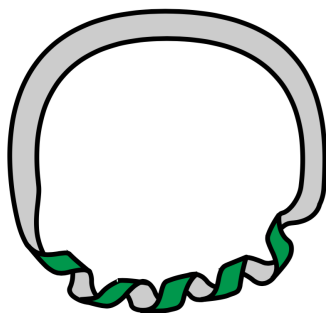


Figure 13 :
5 torsions, pas de nœud

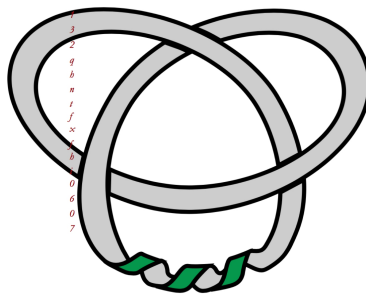


Figure 14 :
3 torsions, nœud de trèfle

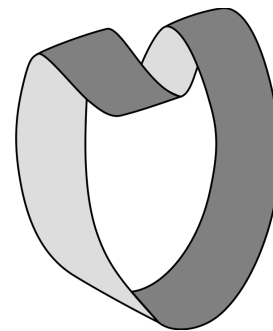


Figure 15 :
2 torsions, pas de nœud

Soury résume la situation de la façon suivante :

Si le tore est coupé le long d'un cercle non réductible, alors qu'est-ce qui reste ? D'abord, il ne reste qu'un seul morceau. Je vais dire ce qui reste : il reste une bande plus ou moins nouée et plus ou moins tordue.

Ce qui signifie que lorsqu'on coupe un tore suivant l'un de ses lacs, quelqu'il soit, à part le lacs nullifiable, ou obtient toujours une bande biface, (soit ce que nous avons résumé par la formule « **un morceau, deux bords, deux faces** »).

En ce point, je voudrais faire une incidente : sur le site de l'ALI, vous pouvez trouver un article de Moustapha SAFOUAN, publié en 1996, intitulé la relation d'identité, où il reprend pour nous, d'une façon qui m'a paru éclairante la discussion entre Russell et Wittgenstein à propos de la fameuse relation $A=A$, discussion évoquée dans le chapitre 5 du séminaire que nous étudions cette année.

J'extraits de ce texte un passage qui m'a paru particulièrement congruent avec l'exploration topologique que nous tentons aujourd'hui :

Si nous prenons maintenant en considération les variations du sens que le " signifiant dans la langue " reçoit et/ou détermine du fait de ses rapports, on dira qu'un signifiant qui est le même au niveau de sa composition phonématique dans la langue ne l'est pas au niveau de l'acte de la parole. Là où Wittgenstein dit qu'il y a un seul signe mais deux symboles, nous dirons, nous, qu'il y a deux signes dans la parole, qui sont le même dans la langue.

Mais comment cette multiplicité de l'un est-elle possible ? Réponse : parce que ce un ne se définit pas par ses qualités sensibles qui l'enchaîneraient à un lieu et un temps déterminés, mais par sa différence. Je souscris à la formule de Lacan en la précisant de la sorte : le signifiant qui se définit par sa différence dans la langue ne saurait être identique à lui-même dans l'acte de la parole.

Si nous considérons que le tore représente le soubassement de la langue, support de tous les rapports, de toutes les différences, que le signifiant reçoit et détermine dans la langue, alors les lacs du tore représentent des modalités possible d'un déploiement de parole. Sur ces lacs, le signifiant n'est encore qu'un **un**.

En revanche, l'acte de parole, figuré par la coupure fait apparaître deux bords là où il n'y avait qu'un trait. C'est ce qu'illustre l'exploit du petit-fils de Freud avec son Fort-Da : cerner par son dire sa propre présence de Sujet, par le discernement qu'il opère entre les deux phonème.

Le résultat de cet acte de parole est alors déterminant puisque c'est de lui que surgit « l'effet-sujet », le sujet de l'inconscient, or selon le type de lacs, et aussi le type de surface sur laquelle est arrimée

la langue, le résultat peut varier du tout au tout, au moins pour la nature de ce qui est cerné par cette coupure figurant la parole en acte.

On comprend alors l'acharnement dont témoigne Lacan à poursuivre cette exploration topologique sur les diverses surfaces dont il dispose.

Nous avons vu jusqu'ici deux modalités d'accomplissement de cette coupure seulement : Les résultats des coupures sur le tore se répartissent seulement en deux catégories :

- deux morceaux ayant chacun un bord et deux faces
- un seul morceau ayant deux bords et deux faces.

Abordons maintenant la suite que donne Lacan à son propos, en faisant une supposition différente : la surface sous jacente est maintenant supposée être un cross-cap.

Je n'ai pas l'intention aujourd'hui d'entreprendre une étude détaillée de cette surface, il nous faudrait plus de temps, et nous y reviendrons sans doute dans la suite de ces présentations.

Pour aujourd'hui, je voudrais seulement vous rappeler quelques caractéristiques de cette surface, et surtout caractériser, comme nous l'avons fait sur le tore, les différents types de lacs existant sur cette nouvelle surface, ainsi que leurs résultat lorsqu'on transforme ces lacs en coupures.

Pour ce qui est de la structure de cette surface, je dirai simplement qu'il s'agit d'une surface sans bord, comme la sphère ou le tore, mais qui, à la différence de la sphère et du tore, est unilatère : elle ne possède qu'une face, et un promeneur évoluant sur cette surface peut donc se retrouver « de l'autre côté » sans discontinuité. On peut dire qu'il s'agit en quelque sorte d'une bande de Möbius sans bord

Voilà une représentation « esthétique » de cette surface, qui montre qu'on peut y accoler une bande de Möbius, et une représentation plus schématique qui montre plus précisément que c'est une surface qui comporte une ligne d'auto-intersection, terminée par deux points singuliers appelés « points cuspidaux » (ce terme est le terme officiel pour désigner ces points, mais Lacan ne l'emploie jamais)

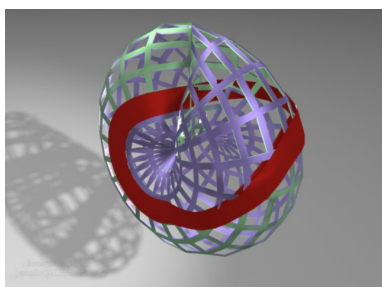


Figure 16 : Cross-cap « esthétique »

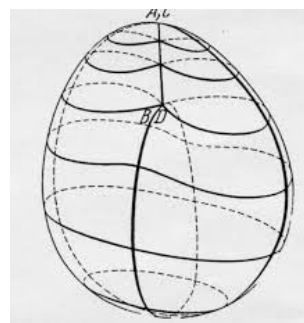


Figure 17 : Cross-cap avec ses points cuspidaux

Ce sur quoi je voudrais m'arrêter aujourd'hui est le fait suivant que je ne vous démontrerai pas, mais qui me paraît fondamental : Le cross-cap est ainsi fait qu'il n'existe que deux sortes de lacs distincts qui peuvent être tracés sur cette surface.

Il y a le lacs nullifiable, comme sur la sphère et sur le tore, et il y en a un autre. La difficulté, qui occupe une partie du travail de défrichage de Lacan dans le séminaire qui nous occupe, réside dans le fait que ces deux types de lacs peuvent chacun prendre des formes très différentes les uns des autres, ce qui les rend difficiles à reconnaître, à moins qu'on ne s'y rompe, ce que nous tenterons de

faire dans la suite.

Pour le moment, je ne ferai que vous donner une figuration pour ces deux types de lacs, et également vous montrer ce qui reste du cross-cap lorsqu'on effectue une coupure suivant ces deux types de lacs.

Voici le premier type de lacs, qui peut se présenter de deux façons différentes :

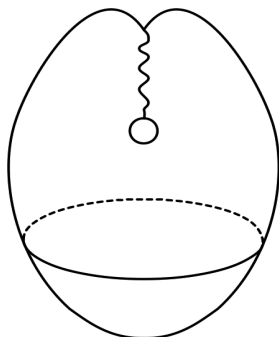


Figure 18 : Lacs nullifiable sur le cross-cap

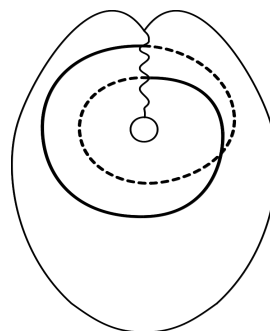


Figure 19 : lacs nullifiable : autre forme

Sur la première figure, on voit bien que la découpe suivant ce lacs :

- Divise la surface en deux morceaux
- enlève un disque (en bas), et laisse une autre surface à un bord.

Ce qui est moins évident, et que nous aurons à approfondir probablement dans la suite et que l'autre partie, qui comporte également un bord, est une bande de Möbius.

Le résultat de la découpe de la parole est donc ici :

deux morceaux dont l'un a un bord et deux faces, l'autre a un bord et une face.

C'est ce qu'illustre la figure suivante

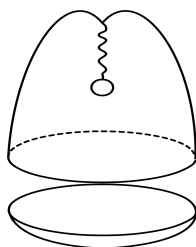


Figure 20 :
découpe selon le lacs nullifiable 1re manière

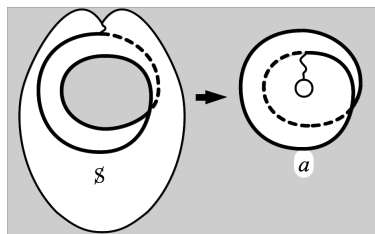


Figure 21:
découpe suivant le lacs nullifiable 2e manière

Le second type de lacs est, d'une certaine manière plus simple. Il se caractérise par le fait qu'il passe une fois, et une fois seulement entre les deux points cuspidaux.

C'est ce que montre la figure suivante :

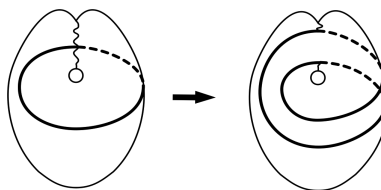


Figure 22 : La coupure qui ouvre

Le résultat d'une découpe suivant ce type de lacs est une simple ouverture du cross-cap, qui est ainsi transformé, non pas en une bande mais en un simple disque :

un seul morceau, un seul bord, deux faces.

Nous avons ainsi fait le tour des lacs, si l'on peut dire, et le résultat peut se résumer ainsi :

	Morceaux	Nature des morceaux	Bords	Faces
Tore nullifiable	2	Disque / Tore troué	1+1	2+2
Tore non nullifiables	1	Bande biface	2	2
Cross-cap nullifiable	2	Disque/Bande de Möbius	1+1	2+1
Cross-cap non nullifiables	1	Disque	1	2

De ce parcours des différentes manières de figurer l'acte de parole et ses conséquence nous pouvons donc tirer cette remarque : si, comme l'avance Safouan après Lacan :

le signifiant qui se définit par sa différence dans la langue ne saurait être identique à lui-même dans l'acte de la parole,

cette proposition, illustrée par la conversion d'un trait unique, d'un tracé de lacs, en deux bords sous l'action d'une coupure, n'entraîne pas obligatoirement la division de l'espace-support du champ du langage en deux morceaux distincts.

Cette coupure :

- peut cerner – ou non – un domaine
- peut scinder – ou non – la surface considérée en deux parties.

Ces parties sont au nombre de 4 :

- disque,
- tore troué (appelé plus tard « carrefour de bande »),
- bande de Möbius
- bande biface (diversement nouée et tordue)

PS On trouvera ci-dessous un complément à la figure 6 donnant les entrelacs (à plusieurs composantes) toriques associés aux couples de nombres non-premiers entre eux pour les nombres de tours autour de l'âme et de l'axe.

•

[0,0]
 [1,0] [1,1]
~~[2,0]~~ [2,1] ~~[2,2]~~
~~[3,0]~~ [3,1] [3,2] ~~[3,3]~~
~~[4,0]~~ [4,1] ~~[4,2]~~ [4,3] ~~[4,4]~~
~~[5,0]~~ [5,1] [5,2] [5,3] [5,4] ~~[5,5]~~
~~[6,0]~~ [6,1] ~~[6,2]~~ ~~[6,3]~~ ~~[6,4]~~ [6,5] ~~[6,6]~~
 ...

