

De la demande, du désir et de leurs tours

Mathinée lacanienne du 26 septembre 2020

Voici donc ce que je vous propose pour les séances à venir : vous savez que nous travaillons cette année le séminaire de Lacan sur l'Identification, [1961-62 : presque soixante ans !], et que j'ai eu le privilège de partager avec Jean-Paul Beaumont la mise au point d'une nouvelle édition de ce séminaire. Séminaire important s'il en fut, puisque c'est celui où Lacan introduit pour la première fois les deux surfaces fondamentales du tore et du cross-cap pour appuyer son propos.

Au cours de ce travail, qui fut intense, il nous est venu à plusieurs reprises l'idée que tel ou tel point méritait, pour être pleinement déplié, plus qu'une simple note en bas de page, un article, peut-être, ou bien quelques pages d'explications. C'est ce à quoi je souhaite m'employer pour vous cette année, avec votre aide, si vous voulez bien y consentir.

Je vous encourage donc à poser [par la voie qui vous semblera la plus adaptée : courrier papier, courriel, question orale en cours de mathinée, ou autre] toutes les questions qui pourraient vous sembler dignes d'un développement, et qui surgissent à la lecture de ce séminaire sensationnel.

Pour aujourd'hui, pour commencer doucement, je souhaiterais vous proposer quelques remarques et commentaires autour de cette représentation que Lacan nous propose pour figurer les rapports existant entre demande et désir, à savoir les lacs, les lacets, les courbes de Jordan, les trajets fermés qui peuvent être tracés sur un tore (avec la condition qu'ils ne se recoupent pas eux-mêmes). Ces lacs, Lacan ne s'y intéresse qu'au titre de ce qui les caractérise vraiment, comme un invariant topologique, à savoir le nombre de tours qu'ils font :

- Autour du vide intérieur du tore, nous parlerons alors (car nous avons déjà travaillé les séminaires ultérieurs de Lacan) de tours autour de l'âme du tore
- Autour du trou qu'entoure et délimite le tore lui-même, nous parlerons alors de tours autour de l'axe du tore.

Si Lacan introduit cette figuration, c'est – me semble-t-il – essentiellement pour illustrer ceci qu'il a annoncé d'emblée à la première leçon de son séminaire, à savoir que le sujet est effet (et non pas source ou origine) du signifiant.

A la leçon XII, il introduit cela en partant du trait unaire :

Notre trait unaire, [...] nous savons qu'au niveau de la succession freudienne, si vous me permettez cette formule, le trait unaire désigne quelque chose qui est radical pour cette expérience originale : c'est l'unicité comme telle du tour dans la répétition.

Je pense avoir suffisamment marqué pour vous que la notion de la fonction de la répétition dans l'inconscient se distingue absolument de tout cycle naturel, en ce sens que ce qui est accentué ça n'est pas son retour. C'est que ce qui est recherché par le sujet c'est son unicité signifiante, et en tant qu'un des tours de la répétition, si l'on peut dire a marqué le sujet ; qui se met à répéter ce qu'il ne saurait bien sûr que répéter, puisque cela ne sera jamais qu'une répétition, mais dans le but, mais au dessein de faire ressurgir l'unaire primitif d'un de ses tours. Avec ce que je viens de vous dire, je n'ai pas besoin de mettre l'accent sur ceci, c'est que déjà cela joue avant que le sujet sache bien compter. En tout cas, rien n'implique qu'il ait besoin de compter très loin les tours de ce qu'il répète, puisqu'il répète sans le savoir. Il n'est pas moins vrai que le fait de la répétition est enraciné sur cet unaire originel, que comme tel cet unaire est étroitement accolé et coextensif à la structure même du sujet en tant qu'il est pensé comme répétant au sens freudien.

Ce que je vais vous montrer aujourd'hui par un exemple et avec un modèle que je vais introduire, ce que je vais vous montrer aujourd'hui c'est ceci : c'est qu'il n'y a aucun besoin qu'il sache compter pour qu'on puisse dire et démontrer avec quelle nécessité, constituante de sa fonction de sujet, il va faire une erreur de compte. Aucun besoin qu'il sache, ni même qu'il cherche à compter, pour que cette erreur de compte soit constituante de lui, sujet – en tant que telle, elle l'erreur.

C'est ainsi qu'il nous introduit le tore, et je vous fais observer qu'en ce point, Lacan parle sans problème de modèle, terme qu'il récusera par la suite.

Il y a une autre raison pour Lacan d'introduire le tore, c'est la critique qu'il formule à l'égard de l'esthétique transcendantale de Kant : voici ce qu'il en dit :

... Et si tant est, comme nous le dit Kant, qu'il y ait une esthétique transcendantale, j'y crois, simplement je crois que la sienne n'est pas la bonne. Parce que justement c'est une esthétique transcendantale d'un espace, qui n'en est pas un d'abord, et secundo où tout repose sur la possibilité de la réduction de quoi que ce soit qui soit tracé à la surface qui caractérise cette esthétique, de façon à pouvoir se réduire à un point, de façon que la totalité de l'inclusion que définit un cercle puisse se réduire à l'unité évanouissante d'un point quelconque autour duquel il se ramasse.

D'un monde dont l'esthétique est telle que, tout pouvant se replier sur tout, on croit toujours qu'on peut avoir le tout dans le creux de la main, autrement dit, que quoi que ce soit qu'on y dessine, on est en mesure d'y produire cette sorte de collapse qui, quand il s'agira de signifiance, s'appellera la tautologie.

Ainsi, le tore est pour Lacan un support où viennent se conjoindre

- la question de la répétition et du comptage qui lui est corrélatif, d'une part,
- la question des cercles (entendons des cercles d'Euler, des cercles qui font « concept » et qu'il a déjà critiqué précédemment) qu'il appellera « nullifiables » et qui font qu'*on croit toujours qu'on peut avoir le tout dans le creux de la main*. Sur le tore, cela ne se passe pas comme ça. Il existe des cercles non nullifiables.

Au moment du séminaire de L'identification, Lacan parle de cercle plein et de cercle vide pour désigner les lacs qui font un tour unique autour respectivement de l'âme et de l'axe d'un tore. Et dès cette première leçon, il introduit également ce qu'il appellera la bobine qui figure les « tours de la demande ».

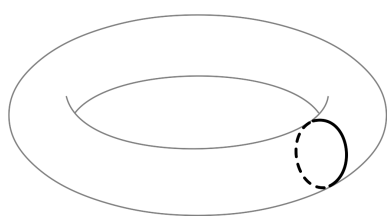


Figure 1 : Cercle plein

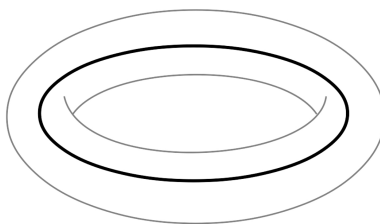


Figure 2 : Cercle vide

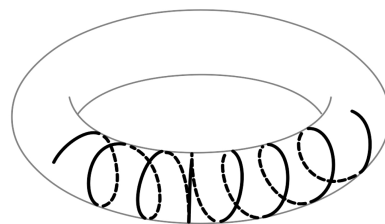


Figure 3 : Bobine

Cela lui permet d'illustrer de façon lumineuse *avec quelle nécessité, constituante de sa fonction de sujet, il va faire une erreur de compte.*

Lorsque la « bobine » des tours de la demande se referme, il y aura eu D tours de demande d'effectués, et en plus, de façon inaperçue, un tour autour de l'axe du tore, tour dont Lacan dit :

Car par rapport à ces tours qui se succèdent, succession des cercles pleins, vous devez vous apercevoir que les cercles vides, qui sont en quelque sorte pris dans les anneaux de ces boucles et qui unissent entre eux tous les cercles de la demande, il doit bien y avoir quelque chose qui a rapport avec le petit a, objet de la métonymie.

[Ce cercle vide] en tant qu'il est cet objet : je n'ai pas dit que c'est le désir qui est symbolisé par ces cercles, mais l'objet comme tel qui se propose au désir.

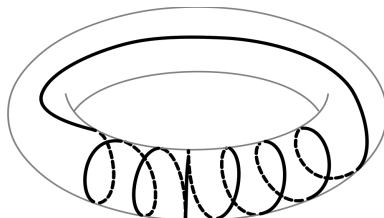


Figure 4 : Bobine rebouclée

Vous connaissez cela depuis longtemps, bien sûr, et je ne voudrais pas insister sur cette véritable innovation de Lacan, qui fait que nous parlons familièrement des lacs qui peuvent être tracés sur un tore en les affublant d'un double indice :

- tant de tours de demande : D
- tant de tours de désir : d

Avec deux nombres entiers, nous caractérisons pour l'essentiel tous les lacs qui peuvent être tracés sur un tore. Nous pourrions raffiner cette caractérisation en remarquant que les tours peuvent être orientés (si l'on oriente l'axe et l'âme du tore) et donc que ces deux nombres entiers dont il s'agit peuvent être positifs ou négatifs.

Voilà donc un moyen de caractériser tous les lacs tracés sur un tore, et Lacan ne se fera pas faute de l'utiliser jusqu'à la toute fin de son enseignement, puisqu'il la révoque au début du séminaire « La topologie et le temps »

La question que je souhaitais évoquer ici est la question inverse : Étant donnés deux nombres entiers (nous nous limiterons pour plus de simplicité aux nombres entiers positifs) savons nous toujours tracer le lacs correspondant ?

A première vue, cela paraît évident, car nous savons déjà tracer plusieurs de ces lacs :

$[0,0]$: c'est le lacs nullifiable : un simple cercle qui n'enlace rien

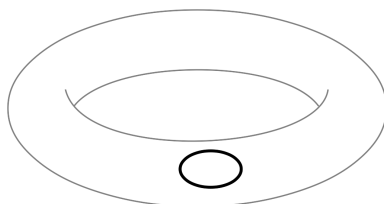


Figure 5 : lacs nullifiable

$[0,1]$ et $[1,0]$: ce sont les lacs qualifiés respectivement de « cercle vide » et « cercle plein », déjà vus plus haut :

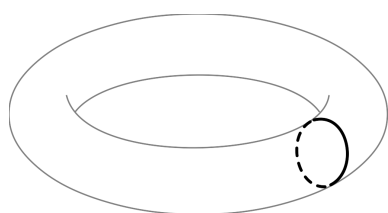


Figure 6 : Lacs [D=1;d=0]

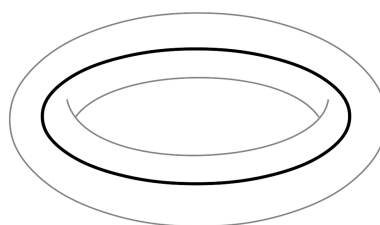


Figure 7 : Lacs [D=0;d=1]

[n,1] c'est la bobine avec n tours de demande qui se referme sur elle même. En voici trois exemples : n=1, n=2, n=7 et l'on voit bien que rien ne vient limiter la valeur de n. Il s'agit là d'une suite infinie de lacs, immergée dans l'infinité des lacs différents possibles.

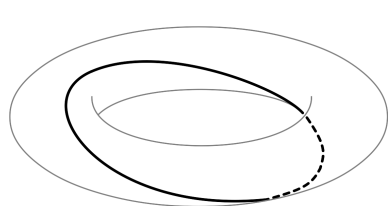


Figure 8 : Lacs [D=1;d=1]

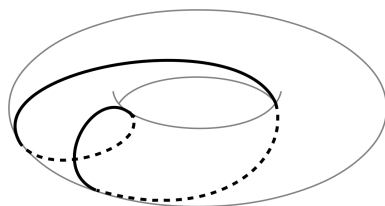


Figure 9 : Lacs [D=2;d=1]

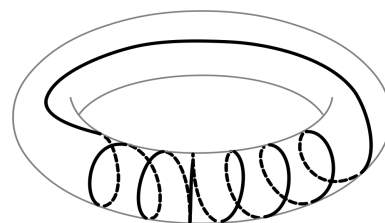


Figure 10 : Lacs [D=7;d=1]

Une seconde suite infinie du même tabac s'engendre en faisant un nombre quelconque de tours autour de l'âme du tore (des tours « de désir ») clôturés par un tour de demande :

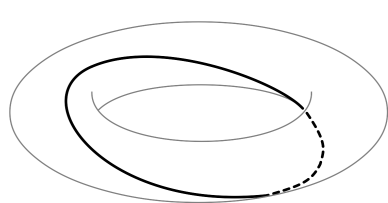


Figure 11 : Lacs [D=1;d=1]

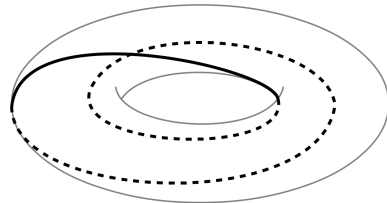


Figure 12 : Lacs [D=1;d=2]

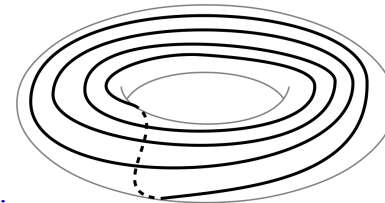


Figure 13 : Lacs [D=1;d=4]

Les figures 9 et 12 illustrent le fait que la double boucle, le huit intérieur cher à Lacan, et propre à illustrer l'exclusion intime engendrée par la trajectoire signifiante, ce huit intérieur fait partie des lacs possibles, et qu'il est caractérisé par un nombre de tours autour de l'axe et de l'âme du tore bien précis : [2,1] ou [1,2].

De même parmi les lacs du tore apparaît un nœud de trèfle, qui n'est autre que le lacs [3,2] :

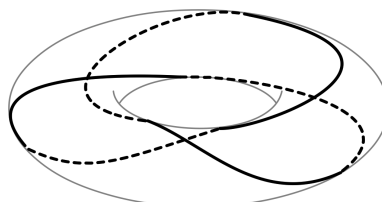


Figure 14 : Lacs [D=3;d=2]

Il pourrait donc nous sembler que pour tout couple [D,d] de nombres entiers, il existe un lacs correspondant traçable sur le tore.

Le point que je voudrais souligner est qu'il n'en est rien. En fait, il existe une contrainte forte sur les couples [D,d] qui apparaît brutalement lorsqu'on se donne pour mission de tracer un lacs pour

lequel $D=2$ et $d=2$.

Faites l'essai, et vous vous convaincrez rapidement qu'il est tout à fait impossible de tracer un lacs unique sur un tore qui possède la propriété de faire deux fois le tour de l'âme et deux fois le tour de l'axe.

Notons qu'il est facile de s'en convaincre, mais plus difficile d'en trouver une démonstration. Que se passe-t-il donc qui fait surgir cette impossibilité ?

Une première observation, qui aurait pu nous mettre la puce à l'oreille est celle-ci :

Si nous traçons un tour autour de l'âme (un tour de demande, un tour D), nous pouvons refermer le lacs de deux façons : en faisant, ou en ne faisant pas le tour de l'axe :

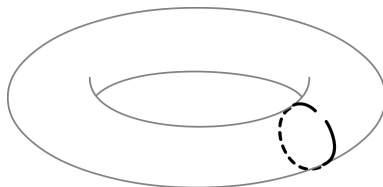


Figure 15 : un tour D

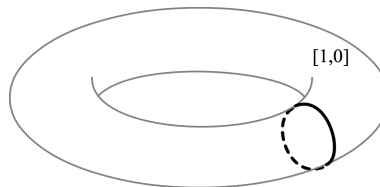


Figure 16 : un lacs [1;0]

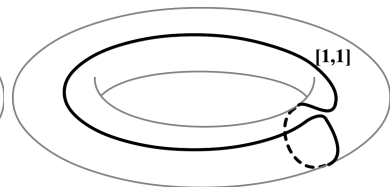


Figure 17 : Un lacs [1 ;1]

En revanche, si nous traçons deux tour (ou plus, c'est le même problème) autour de l'âme, nous ne pouvons plus refermer notre lacs sans faire le tour de l'axe une fois (mais une fois seulement!).

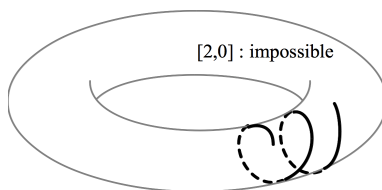


Figure 18 : deux tours D

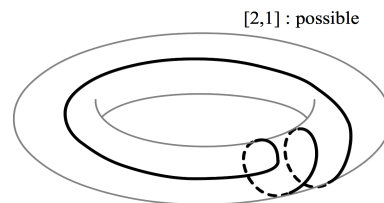


Figure 19 : un lacs [2 ;1]

D'où une première impossibilité :

Si un tour de demande a été effectué, le lacs peut se refermer sans qu'aucun objet de désir ait été enlacé par le lacs [1,0]. En revanche si n ($n > 1$) tours de la demande ont été effectués, un tour de désir est nécessaire pour que le lacs se referme. En d'autres termes, il est possible pour une demande de s'articuler avec un désir dès le premier tour, mais ce n'est pas nécessaire : [1,0]. En revanche, dès que la demande a produit une répétition, le tour du désir est nécessaire ... dans le processus de production de l'effet sujet par le tracé, le déploiement du signifiant :

Si $D=1$, alors $d \geq 0$, mais si $D > 1$ alors $d \geq 1$

Du coup surgit naturellement la question : quels sont les couples de nombres entiers pour lesquels le tracé est impossible et quels sont les couples pour lesquels ce tracé est réalisable ... autorisé par le réel en quelque sorte.

Essayons de voir la chose de plus près.

Pour cela nous pouvons déjà faire une observation préliminaire, qui peut se résumer ainsi : si j'ai [n,m], alors, j'ai aussi [m,n]. S'il existe un lacs [n,m], alors il existe nécessairement aussi un lacs [m,n].

Ceci peut se démontrer, mais aussi se montrer de façon relativement convaincante si l'on remarque qu'un tore peut se mettre à plat, puis se reconstruire à partir de sa mise à plat de deux façons

différentes. Comme Lacan se sert extensivement de cette mise à plat dans ce séminaire, nous pouvons profiter de l'occasion pour regarder de plus près ce qui se passe.

Prenons l'exemple du nœud de trèfle tracé sur un tore que nous venons de voir. Le tore peut être découpé suivant un méridien, puis suivant un parallèle, et l'on obtient ainsi la mise à plat de la figure ci-dessous. La première découpe (en rouge) qui tranche le tore fait apparaître (Figure 20) les couples de points a, a' et b, b' .

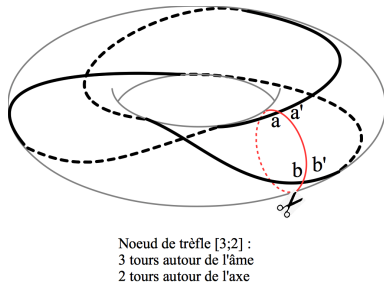


Figure 20 : Noeud de trèfle sur tore première découpe

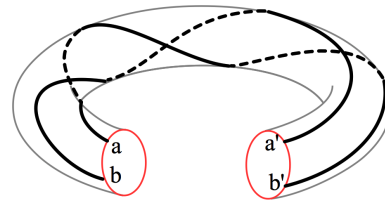


Figure 21 : les couples $(a; a')$ et $(b; b')$

Deux couples qui correspondent aux deux tours effectués par le lacs autour de l'axe du tore (tours rattachés, associés, à l'objet du désir par Lacan). La seconde découpe (en violet) effectuée horizontalement sur le résultat de la première découpe fait apparaître les couples de points $(1; 1')$, $(2; 2')$, $(3; 3')$. Trois couples correspondant aux trois tours effectués par le lacs autour de l'âme du tore (tours de la demande).

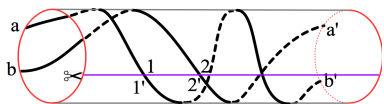


Figure 22 : deuxième découpe

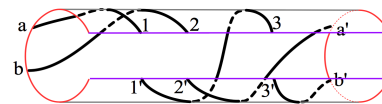


Figure 23 : les couples $(1; 1')$, $(2; 2')$, $(3; 3')$

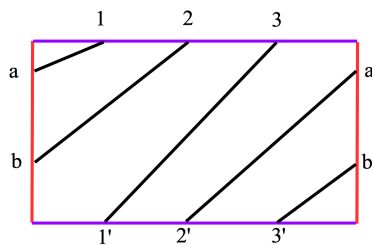


Figure 24 : mise à plat

On peut alors reformer le tore d'origine en faisant l'opération inverse, c'est à dire en faisant se rejoindre d'abord les points $(1; 1')$, $(2; 2')$, $(3; 3')$ (bord violet) et ensuite les points $a; a'$ et $b; b'$ (bord rouge). On revient alors là d'où on était parti. (dans l'ordre figures 24, puis 23, puis 22, 21, et 20)

Mais on peut aussi former un autre tore, en faisant se rejoindre d'abord les points $(a; a')$ et $(b; b')$, et ensuite seulement les points $(1; 1')$ $(2; 2')$, $(3; 3')$.

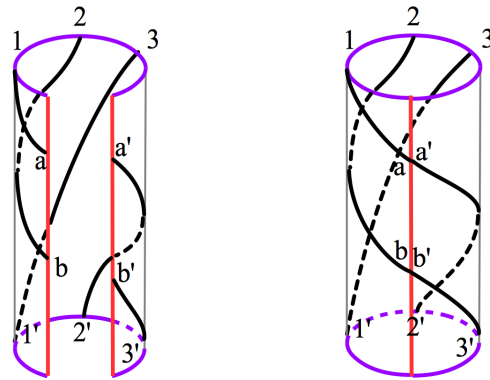


Figure 25-26 : fermeture dans l'ordre inverse : d'abord le bord rouge, ensuite le violet

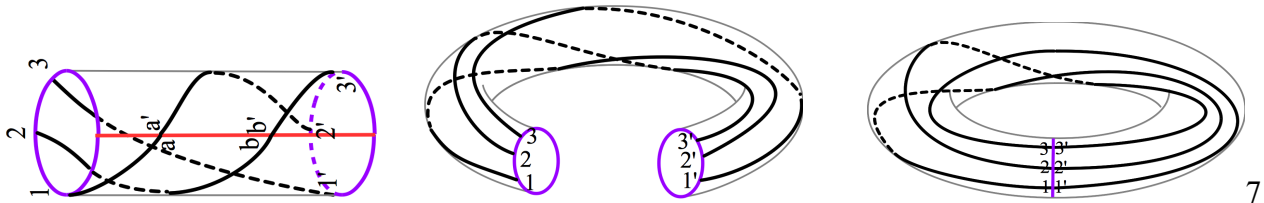


Figure 27-28-29 : Suite et fin de la fermeture dans l'ordre inverse

Le lacs ainsi reformé est bien aussi un nœud de trèfle tracé sur le tore, mais cette fois indicé $[2,3]$. Il fait bien deux tours seulement autour de l'âme du tore et trois tours autour de l'axe. On peut aussi vérifier qu'il s'agit toujours d'un nœud de trèfle en simplifiant le nœud obtenu :

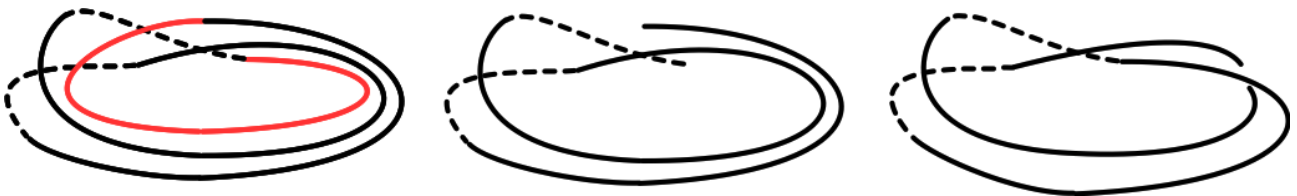


Figure 30 : c'est bien encore un nœud de trèfle

Cette opération de permutation des indices est possible quel que soit le lacs tracé sur le tore. On peut donc bien dire « si j'ai $[m,n]$, j'ai aussi $[n,m]$ ».

Subsiste alors la question : qu'est ce qui caractérise les couples impossibles comme $[2,2]$?

Je n'ai pas ici le temps de vous donner une démonstration de la réponse qui est la suivante :

pour qu'un lacs $[n,m]$ puisse être tracé sur un tore, pour qu'existe une trajectoire fermée qui ne se recoupe pas elle-même, et qui fasse n fois le tour de l'âme et m fois le tour de l'axe du tore, **il faut et il suffit que n et m n'aient pas de diviseur commun autre que 1. En d'autres termes, il faut qu'ils soient premiers entre eux.**

Ainsi, par exemple, tous les lacs n,n où n est différent de 1 sont interdits. En d'autres termes, le nombre de tours de désir et de tours de demande ne peuvent pas être égaux. Sauf s'ils valent tous deux 1.

[0,0]						
[1,0]	[1,1]					
[2,0]	[2,1]	[2,2]				
[3,0]	[3,1]	[3,2]	[3,3]			
[4,0]	[4,1]	[4,2]	[4,3]	[4,4]		
[5,0]	[5,1]	[5,2]	[5,3]	[5,4]	[5,5]	
[6,0]	[6,1]	[6,2]	[6,3]	[6,4]	[6,5]	[6,6]
...						

Plus généralement dans le déploiement de la demande et de ses répétition, il n'y a pas seulement erreur de compte du sujet. Il y a plus largement une impossibilité radicale, une incommensurabilité nécessaire entre le compte – ou faut-il dire le comptage, peut-être ? – de ce qui insiste au niveau de l'énonciation de la demande, et le compte, – car là aussi il y a du comptable – de ce qui insiste dans le glissement du furet métonymique du désir. C'est me semble-t-il une sorte de justification, cette obligation pour n et m de n'avoir aucun diviseur commun, autant dire aucune commune mesure, c'est une justification de ce que dira Lacan bien plus tard, dans le séminaire RSI :

La science compte, elle compte la matière, mais qu'est-ce qu'elle compte dans cette matière? A savoir, s'il n'y avait pas le langage qui déjà véhicule le nombre, quel sens ça aurait-il de compter? Est-ce que l'inconscient par exemple a du comptable en lui? Je ne dis pas quelque chose qu'on puisse compter, je dis s'il y a un comptable au sens du personnage que vous connaissez qui scribouille des chiffres. Est-ce qu'il y a du comptable dans l'inconscient? C'est tout à fait évident que oui. Chaque inconscient n'est pas du comptable, c'est un comptable, et un comptable qui sait faire les additions ; naturellement, la multiplication, il n'en est pas encore là bien sûr, c'est même bien ce qui l'embarrasse. Mais pour ce qui est de compter les trucs, de compter les coups, je ne dirai pas qu'il sait y faire, il est extrêmement maladroit, mais il doit compter dans le genre, dans le genre de ces nœuds.

Lacan parle ici (lors du séminaire RSI) bien sûr essentiellement du nœud borroméen, mais il n'est pas inutile de rappeler ici que les lacs dont je viens de vous introduire les contraintes sont aussi, dans un autre contexte appelés des nœuds, et que les lacs [n,m] forment une famille particulière de nœuds : les nœuds toriques. La situation où n et m ont un diviseur commun donne lieu à l'apparition d'un nouveau type d'objet mathématique : les entrelacs toriques, mais ceci est une autre histoire ...