Dimanche 25 01 09 …Ou Pire. Intervention de Jean Brini
Piste 8

Il y a quelque part dans le « Cours de linguistique générale » de Saussure un petit passage où il nous fait remarquer à quel point le surgissement du signifiant a quelque chose de mystérieux et il fait à ce sujet une comparaison que je trouve tout à fait intéressante. Il nous fait remarquer qu'il y a le continuum des pensées d'une part et le continuum de la substance sonore - je crois qu'il parle de matière sonore - d'autre part, et que le signifiant se développe à l'interface entre ces deux continuums. Et il fait à ce sujet une comparaison. Il dit : « Imaginez l'océan qui est un continuum, d'eau et au dessus l'atmosphère qui elle aussi est un continuum, d'air. Il y a dans l'atmosphère des différences de pression qui font qu'à l'interface entre océan et atmosphère surgissent des vagues. Eh bien le signifiant c'est quelque chose comme ça. Quelque chose comme ça, c'est à dire une vague qui surgit et qui elle, est bien identifiable, est bien repérable comme quelque chose et qui surgit à l'interface entre deux continuums dans lesquels on n'est pas, à priori, en mesure d'isoler quelque chose. Il me semble qu'il y a là quelque chose qui ressemble beaucoup au « Yad'lun ». Et ça va me permettre de commencer à vous présenter le Triangle de Pascal. Parce que le Triangle de Pascal…alors, c'est une construction, une construction personnelle que j'ai un peu élaborée à partir de la manière dont Lacan a choisi de nous présenter le Triangle de Pascal.

Pour commencer, à l'origine, il y a un océan de 0 et là dedans il y a un 1 qui surgit, un seul, tout seul. Alors là (écrit au tableau), je vais continuer parce que j'en aurai besoin. Ca c'est le point de départ.

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Et puis à partir de ce moment là pour construire le Triangle de Pascal, j'ai besoin d'une petite machine. Une petite machine qui repose sur deux préalables : j'ai besoin de savoir compter. C'est-à-dire que Frege est un préalable : je sais compter, j'ai la suite des entiers naturels et cette suite des entiers naturels, elle a été construite à partir d'une opération qui est la réunion. La réunion, c'est-à-dire que je m'autorise, Frege s'autorise à mettre dans un même sac deux choses qui sont hétérogènes : d'une part l'ensemble vide et d'autre part le 1. On peut mettre ça dans un même sac. Et il en résulte que je sais ce que c'est qu'une addition. Donc ma petite machine elle va être fondée sur l'addition et elle peut s'écrire de cette manière là :

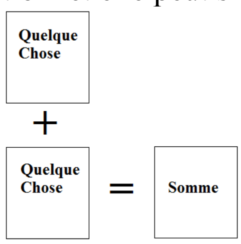


Figure 1

(au tableau) Quelque chose + quelque chose = la somme. Voilà ! Et à partir de là, je peux entièrement construire une suite de lignes qui constitue le Triangle de Pascal.

Comment est-ce que je fais ? Eh bien j'entame une deuxième ligne avec des 0. Et puis je mets en œuvre ma petite machine en disant : 0 + 0 = 0 …

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 …
\+ …
0=0 0 0 0 0 0

Figure 2

… et je continue. Ici j'ai 1+ 0 = 1,

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 …
\+ … +
0=0 0 0 0 0 0 0 0 0 0=1 …

Figure 3

je continue et bien entendu je vais avoir 0 + 1 = 1, 0 + 1 = 1 et sur cette ligne là je vois, j'illustre ce que Lacan nous dit, à savoir que la suite des entiers naturels ne fait rien d'autre que illustrer la possibilité de la répétition. Ici j'ai une ligne de 1 qui se répètent.

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 …
\+ … + …
0=0 0 0 0 0 0 0 0 0 0=1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 …

Figure 4

En face de cette ligne, qui n'est rien d'autre que la répétition du nombre 1, c'est-à-dire le nombre 1 de Frege, c'est le 0, l'ensemble vide dont il a fait un objet qui, dès le moment où on le met dans un sac, donne un ensemble à un seul élément, c'est à dire à un singleton. Donc j'ai ici (au tableau) le report de ce 1 qui se répète. Et ensuite je n'ai plus qu'à continuer. Je n'ai plus qu'à continuer, c'est-à-dire à réutiliser ma petite machine et à constituer une succession de lignes…Alors comment est-ce que ça va se passer ? J'ai des 0 jusqu'à ici (au tableau) et je vais avoir : 1 + 0 = 1, et ensuite ça change : j'ai 1 + 1 = 2, 1 + 2 = 3 et là j'engendre la ligne des nombres naturels. Je vais encore en rajouter une, etc.

… 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 …
… 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 …
\+ …
… 0 0 1=2 3 4 5 6 7 8 9 10 …

Figure 5

Donc je suis parti de Yad'lun, j'ai continué sur une ligne qui témoigne de la possible répétition de ce 1 et la ligne suivante me donne la possible fabrication de la suite des entiers naturels. Continuons, ensuite ça devient de la mécanique : 1 + 0 = 1, ici j'aurai 2 + 1 = 3,
3 + 3 = 6, 6 et 4 = 10, 15, 21. Vous voyez, là ça commence à se compliquer. 21 et 7, ça va me donner 28. On va s'arrêter là.

… 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 …
… 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 …
… 0 0 0 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …
\+ …
… 0 0 0 0 0 1=3 6 10 15 21 28 …

Figure 6

Cette ligne, de quoi elle nous parle ? Eh bien elle nous parle de quelque chose qui est presque trivial, c'est … bon, j'y reviendrai. J'y reviendrai parce que ça relève de « qu'est ce que ça veut dire ? » et je voudrais d'abord vous présenter les résultats de la machinerie ;

Donc là si je continue, j'aurai (au tableau) 0 + 0 = 0, 1, alors 4, 10, 20, 35, 56,

··· 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ···

··· 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ···

··· 0 0 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ···

··· 0 0 0 0 1 3 6 10 15 21 28 ···

\+ +

··· 0 0 0 0 0 1=4 10 20 35=56 ···

Figure 7

… 1, 5, 15, 35, 70,

··· 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ···

··· 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ···

··· 0 0 0 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ···

··· 0 0 0 0 0 1 3 6 10 15 21 28 ···

··· 0 0 0 0 0 0 1 4 10 20 35 56 ···

\+ ···

··· 0 0 0 0 0 0 0 1=5 15 35 70 ···

Figure 8

... j’en fais encore un ? 0, 1, 6, 21, et 56.

··· 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ···

··· 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ···

··· 0 0 0 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ···

··· 0 0 0 0 0 1 3 6 10 15 21 28 ···

··· 0 0 0 0 0 0 1 4 10 20 35 56 ···

··· 0 0 0 0 0 0 0 1 5 15 35 70 ···

\+ ···

··· 0 0 0 0 0 0 0 0=1 6 21 56 ···

Figure 9

Bon on va s’arrêter là. Vous voyez que c’est une machine qui produit des nombres d’autant plus compliqués qu’on avance.
Je vais numéroter les colonnes et les lignes. Le numéro des colonnes il est donné par la suite des entiers naturels, c'est-à-dire que ici j’aurai 1,2, 3, 4. Ca, on va l’appeler n et puis mes lignes je vais les numéroter. Alors on verra tout à l’heure pourquoi je les numérote de cette manière là. Donc ça, ça sera p. Pour l’instant on a …

p \ n →					1	2	3	4	5	6	7	8	9		⋯
↓	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	⋯
	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	⋯
1	0	0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	⋯
2	0	0	0	0	0	1	3	6	10	15	21	28	⋯		
3	0	0	0	0	0	0	1	4	10	20	35	56	⋯		
4	0	0	0	0	0	0	0	1	5	15	35	70	⋯		
								+		⋯					
5	0	0	0	0	0	0	0	0	=1	6	21	56	⋯		
⋮	⋮							⋮							

Figure 10

C'est à partir de ce moment là qu'on va commencer à dire de quoi il s'agit. De quoi nous parle ce triangle. Le Triangle de Pascal a un nombre de propriétés assez immense et je ne vais vous parler que des propriétés qui sont citées dans le séminaire …Ou Pire. Alors première propriété : la deuxième ligne, la deuxième ligne et ça c'est un résultat, je ne vais pas vous le démontrer parce que ce serait long et fastidieux, la deuxième ligne elle parle des dyades.

	p \ n →					1	2	3	4	5	6	7	8	9		
	↓															
	1															
ligne des dyades	2	0	0	0	0	0	1	3	6	10	15	21	28	⋯		$\frac{n(n-1)}{2}$
	3															
	⋮	⋮							⋮							

Figure 11

Les dyades, c'est quoi ? Eh bien, prenez une assemblée de trois personnes. n = 3. Ces trois personnes se serrent la main. Combien de poignées de mains ? Trois. Prenez la colonne 4 : quatre personnes se serrent la main : il y a 6 poignées de mains. Dans le séminaire, Lacan dit…je crois qu'il s'attaque à 8 personnes et il dit : « quand 8 personnes se serrent la main, il y a combien de poignées de mains ? » C'est là qu'il se trompe d'ailleurs, je crois qu'il fait une erreur à un moment de calcul, mais le résultat c'est 28. Et la question c'est : comment est-ce que je calcule ça ?

Alors il y a une formule pour la deuxième ligne, ça va être n (n-1) sur 2, ($\frac{n(n-1)}{2}$)c'est-à-dire remarquez bien : 8 c'est n multiplié par (n-1) c'est 7 : 8 fois 7 = 56 divisé par 2, ça donne bien 28. Ca marche. Et du coup si je vous pose la question : 100 personnes se rencontrent, tout le monde serre la main à tout le monde, combien de poignées de mains ? Eh bien : $\frac{n(n-1)}{2}$, c'est-à-dire (100 x 99) - 1 divisé par 2, c'est-à-dire 9900 sur 2, …4950. Voilà ! C'est une formule qui fonctionne et qui fonctionne même pour répondre à une question un peu idiote, mais bon, c'est pas si idiot que ça, dans la mesure où ça ne sert pas seulement pour les poignées de mains, ça sert aussi pour…par exemple quand vous voulez calculer les coefficients du binôme. Ce qu'on appelle « les coefficients du binôme » en général à l'école, quand on rencontre le Triangle de Pascal, c'est d'abord à propos du développement du coefficient du binôme, c'est-à-dire qu'on se pose la question : je veux calculer $(1 + x)^n$ et puis je vais avoir quelque chose de… ça va commencer par ça et puis ensuite 1 + (au tableau) et ça va se terminer par x^n. Et puis entre les deux il y a toute une série de facteurs qui ont des coefficients compliqués. Le premier qu'on apprend par cœur, c'est le carré : $(1 + x)^2 = 1 + 2x + x^2$ et les coefficients, ils sont là. 1, 2,1.

n ⟶					1	2	3	4	5	6	7	8	9		…
p														
↓	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	…
	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	…
1	0	0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
2	0	0	0	0	0	1	3	6	10	15	21	28	…		
3	0	0	0	0	0	0	1	4	10	20	35	56	…		
4	0	0	0	0	0	0	0	1	5	15	35	70	…		
								+		…					
5	0	0	0	0	0	0	0	0 =1		6	21	56	…		
⋮	⋮							⋮							

Figure 12

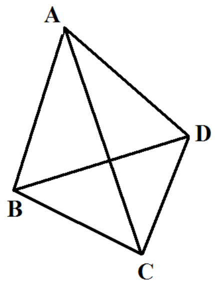
$(1+x)^3$ eh bien ça va vous donner : $1 + 3x + 3x^2 + x^3$: 1,3,3,1. Et donc avec le Triangle de Pascal vous avez les moyens d'écrire le développement du binôme $(1 + x)^{100}$. C'est un peu longuet à calculer, mais on sait faire. Voilà !

Alors pourquoi c'est les dyades ? Eh bien c'est parce que quand on se serre la main, on fait ça à deux. Mais si je change de ligne, (au tableau) on va dire que ça c'est la ligne des dyades, et finalement les nombres qui sont sur la ligne des dyades, nous donnent le nombre des combinaisons *deux* à *deux* de *n* objets. Les lignes suivantes vont nous donner les nombres de combinaisons *p* à *p* de *n* objets (ou encore le nombre de façons différentes de prendre *p* objets parmi *n*)

	n ⟶					1	2	3	4	5	6	7	8	9		…
p															
↓		0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	…
	nades	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	…
1	monades	0	0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
2	dyades	0	0	0	0	0	1	3	6	10	15	21	28	…		
3	triades	0	0	0	0	0	0	1	4	10	20	35	56	…		
4	tétrades	0	0	0	0	0	0	0	1	5	15	35	70	…		
									+		…					
5		0	0	0	0	0	0	0	0 =1		6	21	56	…		
⋮	⋮	⋮							⋮							

Figure 13

Et par exemple si parmi vos 100 personnes vous voulez former une table de bridge à 4 eh bien le Triangle de Pascal vous dira combien de tables de bridge différentes vous pouvez former. Vous prendrez la ligne 4, vous irez à la colonne 100 et vous aurez le résultat. Alors il y a une formule générale, mais qu'il n'est pas utile d'écrire, elle existe, on sait faire. Voilà à quoi nous donne accès le Triangle de Pascal. Alors l'exemple que prend Lacan pour la lecture d'une colonne. C'est l'exemple d'un ensemble à quatre objets, n=4. Ces 4 objets je peux les figurer par des points. Je peux relier ces points par des traits. Vous pouvez voir un tétraèdre si vous le souhaitez.



p ↓		$n \longrightarrow 4$	
		0	
	nades	1	?
1	monades	4	sommets
2	dyades	6	côtés
3	triades	4	faces
4	tétrades	1	tétraèdre
5		0	

Figure 14

Combien de traits ? Combien de dyades ? On prend la colonne 4, on regarde la ligne des dyades et on constate que effectivement dans un tétraèdre il y a 6 côtés. Mais on voit aussi sur cette même colonne qu'il y a 4 sommets (ça c'est comme ça qu'on l'avait construit, donc c'est pas vraiment étonnant), mais aussi qu'il y a 4 faces, c'est-à-dire 4 triangles. Et les 1 des deux extrêmes nous disent qu'il y a un tétraèdre d'une part. Alors il y a un tétraèdre ici (au tableau), il y a 3 triangles, il y a 6 côtés, il y a 4 points…Ce 1… je ne sais pas l'interpréter. Bon…
Alors vous voyez que c'est absolument général. C'est-à-dire que voilà l'une des applications classique : combien de combinaisons de *n* objets pris *p* à *p*.

Il y a une autre façon de voir les choses, une autre application, une autre interprétation, une autre lecture. Si prends cet ensemble, ce tétraèdre, si je prends les sommets du tétraèdre sous forme de lettres : disons A, B, C, D et que je lis ça comme un ensemble de 4 objets. Je vais me poser la question : cet ensemble, comme tout ensemble a des parties. Quelles sont les parties de cet ensemble ? Alors là, j'entre dans quelque chose qui est…on va dire conventionnel. Mais c'est loin d'être conventionnel ! C'est une inscription de ce qu'on disait ce matin, c'est-à-dire que il y a quelque chose des impasses sexuelles qui vient s'inscrire là-dedans. La convention elle dit quoi ? Elle dit que les parties (au tableau), si j'appelle ça, disons E et que c'est un ensemble, c'est un sac dans lequel j'ai mis 4 objets.

E = { A, B, C, D }

$\mathcal{P}$(E) =	**{∅,**	**1**	**nade**
	{A}, {B}, {C}, {D},	**4**	**monades**
	{A, B}, {A, C}, {A, D}, {B, C}, {B,D}, {C, D},	**6**	**dyades**
	{A, B, C}, {A, B, D}, {A, C, D}, {B, C, D},	**4**	**triades**
	{A, B, C, D}}	**1**	**tétrade**

Figure 15

Eh bien chaque fois qu'on a un ensemble, on peut en compter les parties. Quelles sont les parties de mon ensemble E ? Je vais noter ça : parties de E : $\mathcal{P}$(E). C'est un ensemble qui va comporter…et c'est là qu'il y a une convention …d'abord l'ensemble vide. La convention veut que tout ensemble contienne au moins un élément qui est l'ensemble vide. Contient, non pas en tant qu'élément, mais en tant que partie. Et puis ensuite il y a les monades. Et puis il y a les dyades, c'est-à-dire AB, BC, CD…et AC et AD et BD, voilà, merci ! Vous voyez, ça se complique assez vite. Là, Je suis entrain de faire quoi ? Entrain d'écrire ce 6, là. L'ensemble des combinaisons prises 2 à 2, de 4 objets, c'est pour ça qu'il y en a 6. Et puis ensuite il y a les parties à 3 éléments : il va y avoir ABC, ABD, ACD, et puis BCD. Et puis il va y avoir l'ensemble constitué par les 4 éléments de mon ensemble de départ, c'est-à-dire ABCD. J'ai

l’ensemble vide, les monades, les dyades, les triades, et la tétrade qui sont écrites respectivement sur ces lignes là. Et vous voyez que le Triangle de Pascal me permet de faire la comptabilité pour n’importe quelle colonne. Même n = 100, il n’y a pas de problème. C’est long, c’est fatiguant, c’est lourdingue, mais on y arrive.
Alors là, il y a une remarque qui est très importante, c’est que si je fais la comptabilité de l’ensemble des parties de A, c'est-à-dire que je fais la somme des colonnes : (au tableau) ici je vais inscrire la somme des colonnes.

$n \longrightarrow$					1	2	3	4	5	6	7	8	9		...	n
$p \downarrow$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...	
	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	...	
1	0	0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	
2	0	0	0	0	0	1	3	6	10	15	21	28			...	
3	0	0	0	0	0	0	1	4	10	20	35	56			...	
4	0	0	0	0	0	0	0	1	5	15	35	70			...	
5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6	21	56			...	
Somme des colonnes					2	4	8	16	2^5	2^6	2^7	2^8			...	2^n

Figure 16

Bien entendu ces colonnes là ne sont pas terminées, donc je ne vais pas écrire de somme ici. Il faudrait que j’écrive plus de lignes pour arriver au bout de ces colonnes. Mais ici, (au tableau), j’ai 2, ici j’ai 4, ici j’ai 16, et puis ici j’aurai 32, 64 et de façon générale 2 puissance n (2^n). En d’autres termes, tout ensemble de taille n, de cardinal n, a un ensemble de ses parties qui a comme cardinal 2^n. C’est important, pourquoi ? Eh bien parce que dès le moment où Cantor a franchi ce pas qui consiste à dire : le nombre attaché à l’ensemble des naturels est aleph 0, eh bien immédiatement il peut en déduire que le nombre des parties de l’ensemble des naturels, c’est 2 puissance aleph 0 ($2^{\aleph_0}$). (Murmures dans la salle)

Etant donné un ensemble E, de cardinal n, ou n est un naturel, eh bien le cardinal des parties de E c’est 2^n. Comme le cardinal de l’ensemble des naturels **N** c’est aleph 0 ($\aleph_0$) eh bien le cardinal de l’ensemble des parties de **N**, c’est 2 puissance aleph 0 ($2^{\aleph_0}$). Et c‘est là que ça se complique (rumeur dans la salle), parce que quand même, l’ensemble des nombres naturels, **N**, depuis Cantor, on croit qu’on peut le tenir. C’est tout simple : 1, 2, 3, 4, on sait compter. Mais c’est pas vrai du tout, on ne le tient pas, on ne le tient pas en ce sens que la plupart des nombres entiers même, on est absolument incapable de les écrire et même quand on les écrit, ça ne sert à rien.

Et là je voudrais ouvrir une parenthèse, d’ailleurs : juste après le séminaire « Encore », il y a eu un congrès à La Grande Motte où Lacan a fait une intervention, où il a parlé de l’inconscient comme ce qui se déchiffre et où il mentionne comme ça, au passage, sa rencontre manquée avec Emile Borel, et dans la suite il dit : « Il y a des nombres inaccessibles et ça commence bien plus tôt qu’on ne le croit » Et en fait j’ai mis très longtemps à m’apercevoir que le dernier livre d’Emile Borel s’appelle « Les nombres inaccessibles ». Et pour ceux que ça intéresse, je recommande la lecture de ce bouquin, c’est tout à fait formidable. Il nous fait toucher les divers modes d’inaccessibilité et il nous montre bien que dans les entiers, dans la plupart des entiers, nous n'y avons pas accès et il rajoute ceci : « quand est-ce qu'un nombre est bien défini ? » Un nombre est bien défini lorsque deux mathématiciens, lorsqu'ils en parlent, tombent d'accord sur le fait qu'ils parlent du même ». C'est la définition qu'il donne, il dit : « il n'y en a pas d'autre ! » Il faut être deux. Mais dit-il, la plupart des nombres, même immensément grands, il parle des nombres entiers pour le moment, il ne parle pas des réels, il dit la plupart des nombres et il donne des exemples. Je ne vais pas vous en donner maintenant parce que ce serait un peu long, il donne des exemples de nombres immensément grands, dont il ne suffirait pas de l'univers entier pour les écrire, mais qu'on peut définir et où deux mathématiciens tomberaient d'accord pour que cette définition définit bien un nombre particulier. Et il rajoute que la plupart de ces nombres, ils n'ont aucun intérêt, parce qu'on ne sait leur trouver aucune autre propriété que celle qui sert à les définir. Et pour qu'un nombre soit intéressant, et quand je dis intéressant, il me semble que intéressant c'est aussi quelque chose qui est aussi de l'ordre du sexuel, je veux dire que…qu'il y ait quelque chose à faire avec, parce que sinon, ce n'est même pas la peine de l'écrire. Il dit : « Pour qu'un nombre soit intéressant il faut qu'il ait 2 propriétés : l'une qui sert à le définir, et puis au moins une autre qui va nous faire un théorème ». Parce que sinon à quoi bon ? C'est pas un objet mathématique, dit-il. Un nombre qui est simplement défini et on va pas plus loin, je vous parle des nombres entiers, ce sont des nombres, on peut les définir, et alors ? Et puis on les oublie, et voilà ! C'était la fin de la parenthèse.

Je reviens à cette histoire du cardinal des parties d'un ensemble, je terminerai là-dessus, c'est que ça, c'est assez simple à écrire, mais il faut prendre la mesure de ce que c'est que l'ensemble des parties de **N**. L'ensemble des nombres entiers, **N,** je viens de souligner le fait que les nombres entiers, ça n'est pas rien et la plupart on n'y atteint pas. Mais alors les parties des nombres entiers, $\mathcal{P}(\mathbf{N})$, rendez-vous compte ! Essayons de les énumérer ! Vous pensez ! Essayez de faire la liste des parties nombres entiers, vous pouvez en imaginer des tas, des parties des nombres entiers. Alors il y a des parties finies et des parties infinies, déjà. Je peux écrire, je ne sais pas…le premier de ma liste, on va prendre...eh bien les nombres entiers (au tableau) et puis une autre partie je peux prendre les nombres pairs. Vous voyez bien que je peux prendre les multiples de 3, les multiples de 4, de 5, ça fera à chaque fois une partie différente. Et puis je peux prendre les multiples de 4 + 1, + 2, + 3, ceci simplement pour vous faire toucher du doigt à quel point ce truc $\mathcal{P}(\mathbf{N})$ est immensément grand. Beaucoup plus grand que l'ensemble des nombres entiers. Il se trouve, grâce à Cantor, que nous savons qu'il existe une correspondance biunivoque entre cet ensemble là, l'ensemble des parties des nombres entiers et ce qu'on appelle le continu. Et par conséquent on peut dire que l'ensemble des parties de **N** et l'ensemble des nombres réels, celui dont on parlait, eh bien ils sont, comme dirait Frege, ils sont « équinumériques ». Ils ont le même cardinal. Par conséquent, $2^{\aleph_0}$, c'est le cardinal du continu. Alors ensuite il y a des discussions sur… (au tableau) ça, $(2^{\aleph_0})$ c'est plus grand que $\aleph_0$. Il y a plus de nombres réels qu'il n'y a de nombres entiers. Et c'est à peu près tout ce qu'on en sait. Et il y a une controverse que Lacan effleure, mais sans aller plus loin qui est…enfin, c'est pas une controverse, c'est quelque chose qui a été résolu, mais à l'époque de Cantor, et encore de Gödel c'était… une question, c'est l'hypothèse du Continu. C'est : « ok, je possède un cardinal de nombre infini, c'est $\aleph_0$, j'en possède un autre, c'est $2^{\aleph_0}$. Je sais qu'ils sont différents et soit dit en passant, ça signifie que cette liste là, cette soi-disant liste, sera nécessairement incomplète ». Dire qu'il y a plus de nombres réels que de nombres entiers, c'est dire que les nombres réels je ne peux pas les compter. C'est une inaccessibilité bien plus sévère, bien plus féroce que l'inaccessibilité des nombres entiers très grands ou dépourvus d'intérêt. C'est une inaccessibilité, et ça c'est le raisonnement de la Diagonale de Cantor, que Lacan utilise, je crois que c'est à la leçon 7, qui montre que il y a plus de nombres réels que vous ne pourrez jamais en compter. Même si vous disposez, pour compter, de l'ensemble tout entier des nombres entiers. Vous ne pourrez pas en faire la liste, votre liste sera nécessairement incomplète. Et ça, c'est quelque chose qui me semble donne au Pas tout une consistance, un caractère de nécessité extrêmement solide, extrêmement incontestable ! Enfin c'est quelque chose qui tient ! Il y a un trou là dans le symbolique qui est incontournable ou plutôt qu'on ne peut faire que contourner. Je peux montrer que ma liste est incomplète ; et puis que si je veux la compléter, ma liste, je peux toujours courir, ça marchera pas. Là le Pas tout, il s'impose de manière très solide.

Sur le Triangle de Pascal, il y a d'autres propriétés sur lesquelles on pourrait disserter à l'infini. Il y en a juste une que je vous signale au passage, parce qu'elle est sympathique. C'est que si vous tracez…je dois ça à l'exposé que Marc Darmon a fait l'autre soir et qui signalait que ici (au tableau), eh bien vous avez sur les diagonales, vous pouvez écrire la somme de ce qu'il y a sur les diagonales. Et cette somme c'est 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, vous avez reconnu Fibonacci. Voilà une petite propriété du Triangle de Pascal.

n →					1	2	3	4	5	6	7	8	9
p					1	1	2	3	5	8	13	21	… Suite de Fibonacci
↓	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
1	0	0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
2	0	0	0	0	0	1	3	6	10	15	21	28	
3	0	0	0	0	0	0	1	4	10	20	35	56	
4	0	0	0	0	0	0	0	1	5	15	35	70	
5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6	21	56	

Figure 17

Alors il y a une autre chose que je voudrais signaler parce que là encore c'est Marc Darmon qui me l'a signalé hier et une chose que j'ignorais, c'est que ici il y a quelque chose qui pourrait prêter à confusion. C'est que Lacan, je crois que nous avons reconstitué ce qu'il y avait au tableau à l'époque où il parlait, notamment la leçon 4 et où il y avait la ligne des monades et puis les triades et puis les tétrades et puis ici la ligne des nades. Il y a une confusion possible en ce sens que, et c'est Marc Darmon qui me l'a appris, dans le texte de Pascal, original, eh bien ces nombres là, les nombres qui sont sur la ligne que Lacan désigne comme la ligne des dyades et je vous ai montré que c'était parfaitement justifié, les dyades c'est les poignées de main, c'est les côtés du tétraèdre, c'est tout ce qui est par deux, pris par deux. Eh bien ces nombres là sont désignés selon la théorie Pythagoricienne et pour des raisons que je ne vais pas vous développer maintenant, ils sont désignés aussi par Pascal, comme les nombres triadiques. C'est embêtant, la ligne des dyades, c'est les nombres triadiques ! Puis la ligne des triades, c'est aussi la ligne des pyramidaux, par les pythagoriciens. Alors je signale ça seulement pour dire qu'il n'y a pas de confusion, il n'y a pas à faire de confusion, c'est bien la ligne des dyades qui est constituée par les nombres qui sont traditionnellement appelés triadiques.
Je vais m'arrêter là.