

## A propos du nœud à 4 au séminaire d'été 2013

Dans ce qui suit, nous tentons de rendre évident le fait suivant : Il y a 3 nœuds borroméens distincts à 4 consistances colorées. Chacun de ces nœuds peut être formé et mis à plat de plusieurs façons différentes. Il s'agit néanmoins à chaque fois du même nœud, et chaque mise à plat peut être transformée en une autre par simple combinaison de glissements. Ce nœud possède la propriété borroméenne selon laquelle l'ouverture d'un quelconque de ses ronds libère l'ensemble.

### Oreilles :

Une première façon de représenter un nœud borroméen à 4 consistances par une mise à plat est de prendre deux ronds, de les entrelacer en «oreilles», puis de verrouiller chaque oreille par un rond qui pourra dès lors être qualifié d'extrême. C'est ce qu'illustre la figure suivante (figure 1) :

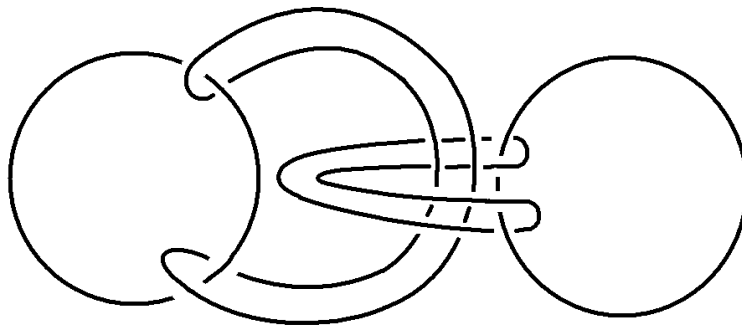


Figure 1 : Le nœud à 4 sous sa forme « Oreilles »

Une transformation simple, le repli des deux extrêmes permet une deuxième représentation du même nœud sous forme de deux cycles (ou «faux-trous») enlacés selon ce qu'il est convenu d'appeler l'enlacement de Hopf (figure 2).

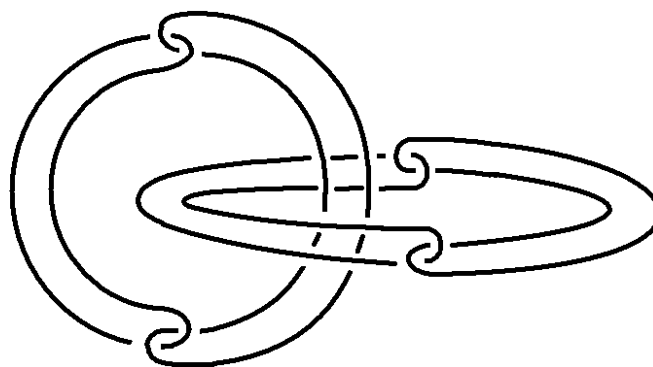


Figure 2 ;; Le nœud à 4 considéré comme l'enlacement de deux « faux-trous »

Lorsque les ronds sont différenciés par une couleur, on constate qu'il y a trois possibilités de tracer ce nœud, qui ne sont pas réductibles l'une à l'autre par un simple glissement. Ces trois possibilités correspondent aux trois nominations Réelle, Symbolique, Imaginaire, pointées par Lacan. Elles sont représentées sur les figures suivantes (Figure 3) :

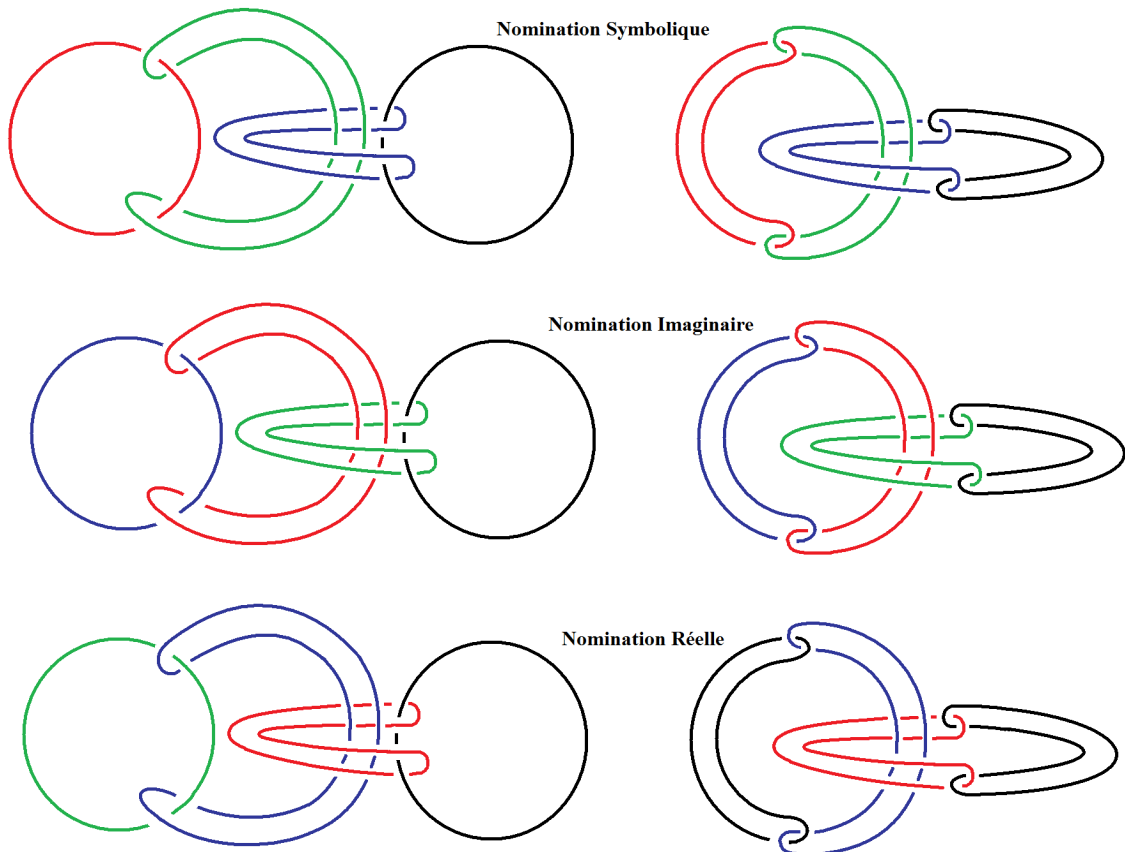


Figure 3 : Les trois nœuds à 4 distincts si l'on colore les ronds.

La convention adoptée est :

Rouge -> Réel

Bleu -> Symbolique

Vert -> Imaginaire

Noir -> Nom du père, Sinthome, Réalité psychique, Nomination ...

### Nominations

Une autre façon de former un nœud borroméen à 4 consistances consiste à partir de trois ronds non pas liés, mais simplement empilés. Cette configuration peut être considérée comme un nœud borroméen ordinaire dans lequel deux erreurs dessus-dessous (un double flip<sup>1</sup>) ont été commises, comme indiqué sur la figure 4.

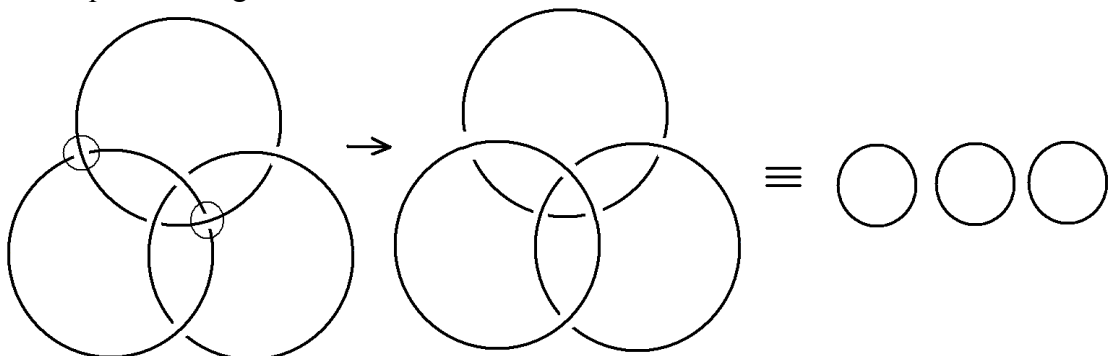


Figure 4 : Formation d'un empilement par double erreur dessus-dessous

<sup>1</sup> En théorie des nœuds, on dit qu'on a effectué un «flip» lorsqu'on est passé de  $\times$  à  $\times$ .

Lorsqu'on différencie les trois ronds en les colorant, on constate que l'empilement peut avoir lieu de trois façons différentes :

R au-dessus de S, lui même au-dessus de I

S au-dessus de I, lui même au-dessus de R

I au-dessus de R, lui même au-dessus de S

Le quatrième rond intervient alors comme un correcteur venant corriger les deux erreurs dessus dessous. La figure 5 donne le détail de cette opération, dans le cas où :

- L'empilement est de type R>S>I
- La correction intervient en suivant le rond du réel :

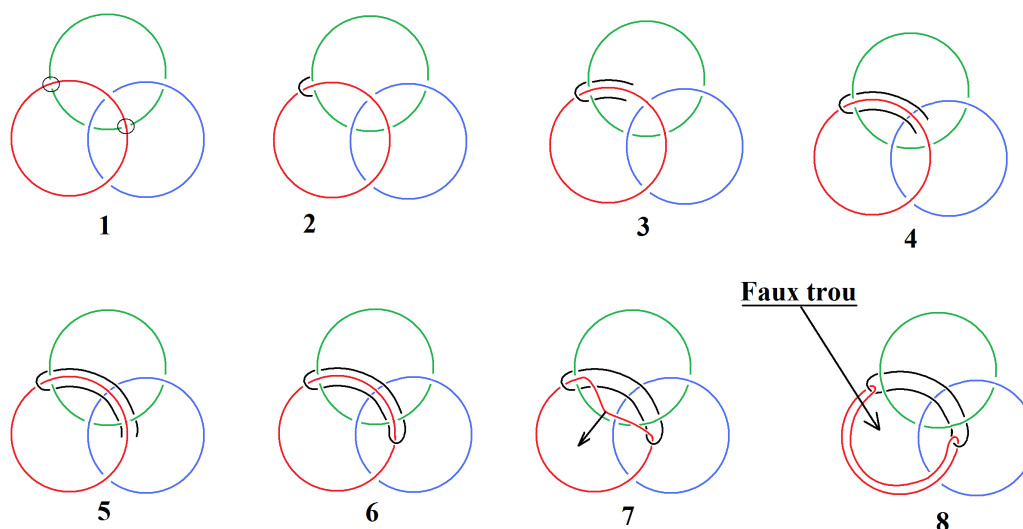


Figure 5 : Constitution d'un empilement R>S>I par double flip, correction à l'aide d'un quatrième rond longeant le Réel de part et d'autre puis constitution d'un faux trou R-Sinhome.

On peut donner de la suite des opérations la description suivante<sup>2</sup> :

2 : J'accroche le rond R par au-dessus avec le quatrième.

3 : Je passe en dessous de I avec le quatrième, là où R passe au dessus : correction de l'erreur

4 : Je passe au dessus de S, comme R, puisqu'il n'y a rien à corriger ici

5 : Je passe à nouveau au dessous de I avec le quatrième, là où R passe au dessus. Nouvelle correction.

6 : Je termine en accrochant à nouveau R par au dessus.

La figure montre également (dessins 7 et 8) comment le rond sur lequel la «correction» est appliquée (ici, le Réel) peut être placé de manière à former un faux trou avec le quatrième.

Selon l'empilement choisi et selon le rond sur lequel on fait porter la correction, on peut obtenir toutes les configurations possibles.

### Équivalence :

Le point à souligner est que la seconde méthode de construction du nœud borroméen à 4 (celle du

<sup>2</sup> les numéros désignent le dessin concerné sur la figure 5

quatrième comme correcteur) ne forme pas un nœud différent du nœud à 4 standard. Il ne s'agit que d'une mise à plat différente, d'une méthode de construction différente, donnant lieu à une lecture différente. La preuve en est donnée figure 6, qui fait suite à la figure 5 : on part d'un nœud du type «Correcteur» sous sa forme « faux trou » et on arrive à un nœud du type «Oreilles» par des manipulations simples, toutes réductibles à de simples glissements assimilables à des mouvements de Reidemeister : il s'agit donc bien du même nœud. Dans les deux cas, la propriété borroméenne est bien là : la rupture de l'un quelconque des ronds entraîne la dé-liaison de l'ensemble :

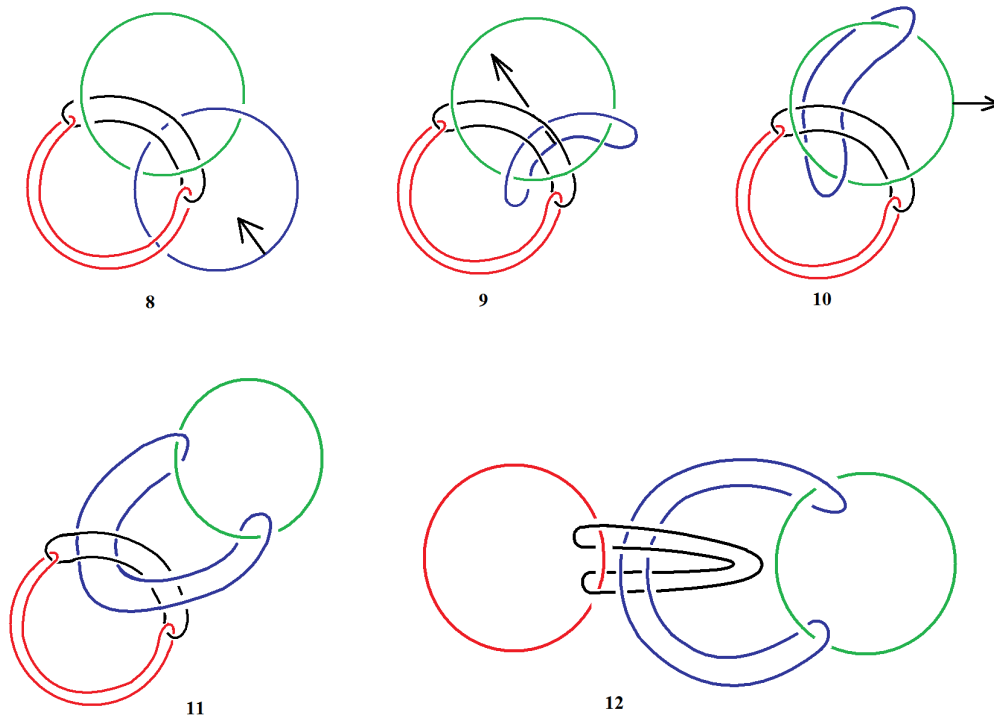


Figure 6 : Passage de la forme « faux trou » à la forme « Oreilles »

En pratique, et si l'on opère avec un vrai nœud, il suffit de saisir les ronds Rouge et Vert et de tirer. On obtient la forme « Oreilles » sans difficulté.