

Etudes Borroméennes

Essai sur les conséquences des flips (erreurs dessus-dessous)

Cette étude est une exploration des conséquences d'une, deux ou trois inversions dessus-dessous¹ dans la mise à plat du noeud borroméen ordinaire.

Lacan a en effet laissé entendre que ces «erreurs» pouvaient conduire à des structures différentes, qui pouvaient relever aussi bien de la psychose que de la névrose. L'établissement du répertoire des structures possibles nous a donc semblé un préalable nécessaire pour en faire un usage clinique.

Remarque préliminaire :

Il y a 6 points distincts où une erreur dessus-dessous peut se produire.

Le noeud ordinaire peut être modifié par 1, 2, 3, 4, 5, 6 erreurs, ce qui mène à $2^6 = 64$ structures possibles.

Néanmoins, on observe que beaucoup de ces structures sont de fait identiques, en raison de certaines équivalences.

En particulier, on peut remarquer que les structures obtenues par 4, 5, ou 6 erreurs sont les mêmes que les structures obtenues par 0, 1 ou 2 erreurs sur le noeud retourné (retournement de plan, ou retournement «en crêpe»). La figure ci dessous illustre ce fait sur un exemple :

Il revient au même d'effectuer 4 modifications sur le noeud ordinaire [R>S>I Lévogyre] et d'en effectuer deux sur le noeud retourné :

La transformation suivante :

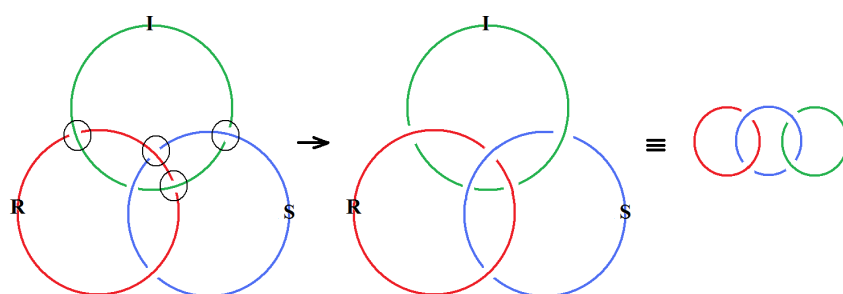


Figure 1

est équivalente à la transformation décrite ci-dessous:

D'abord un retournement de plan :

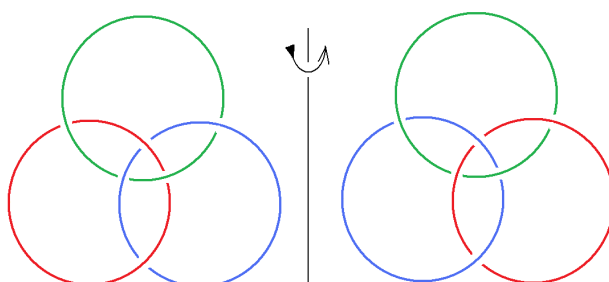


Figure 2

Puis deux «erreurs dessus-dessous» :

¹ Alexei Sossinsky considère ces «erreurs» comme des transformations qu'il désigne du nom de «**flip**» (Cf Alexei Sossinsky «Noeuds, genèse d'une théorie mathématique Seuil, Paris 1999)

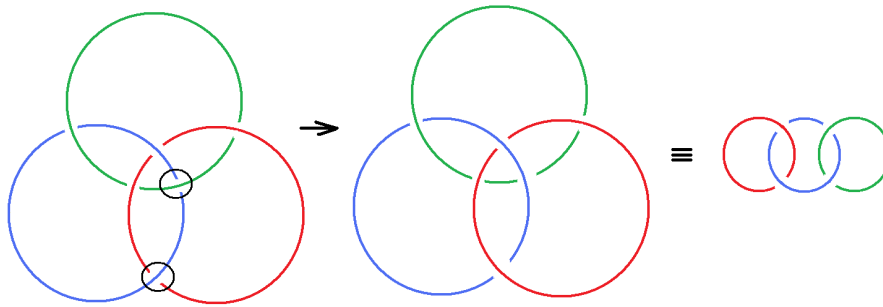


Figure 3

Il n'est donc pas nécessaire d'énumérer les 64 transformations. L'exploration des transformations résultant de 1, 2 ou 3 «erreurs» suffit.

Effet d'une erreur unique :

Il y a évidemment 6 erreurs uniques possibles sur un noeud borroméen à 3 ronds colorés.

L'effet d'une «erreur dessus-dessous» unique est toujours le même, et il est double :

Un rond se détache, alors que les deux autres, qui n'étaient pas liés, le sont désormais selon un enlacement de Hopf. Le rond qui se détache est celui qui n'est pas concerné par l'erreur.

Une erreur Réel-Imaginaire détache le Symbolique et lie les deux autres :

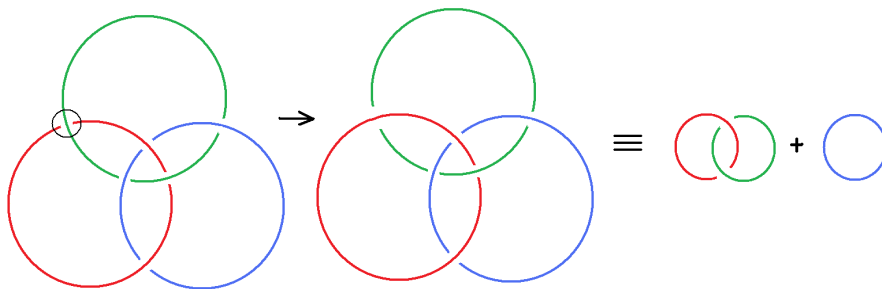


Figure 4

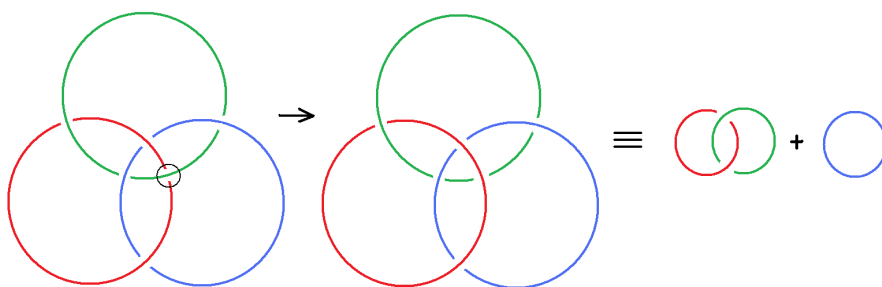


Figure 5

Une erreur Réel-Symbolique détache l'Imaginaire et lie les deux autres :

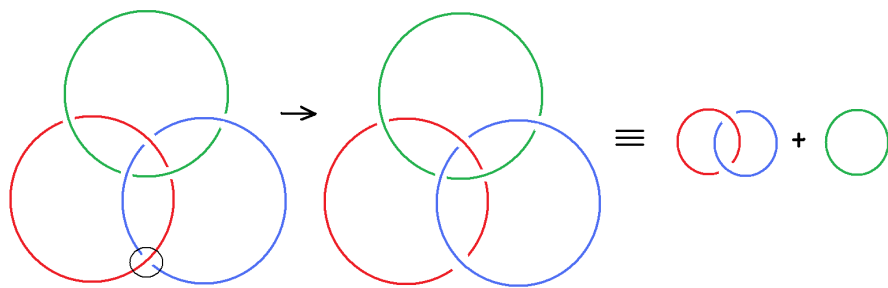


Figure 6

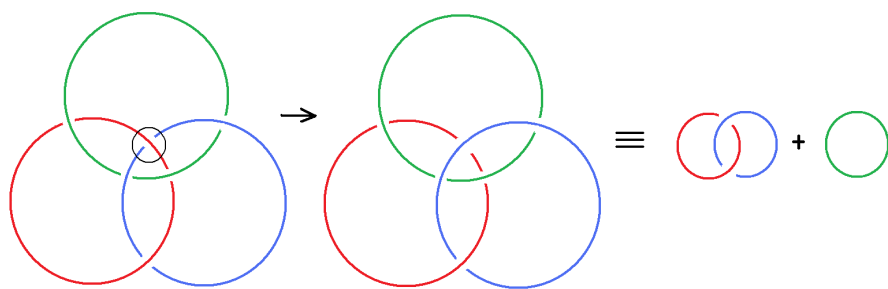


Figure 7

Une erreur Symbolique-Imaginaire détache le Réel et lie les deux autres :

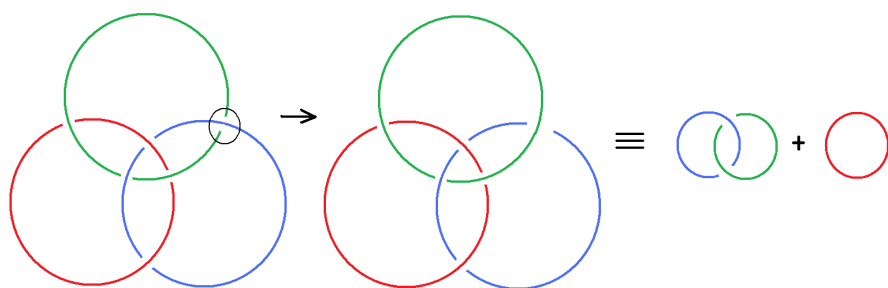


Figure 8

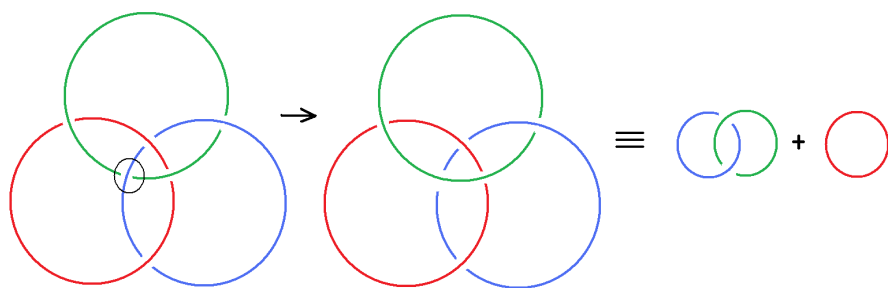


Figure 9

Effet d'une «erreur» double :

Le lecteur vérifiera facilement qu'il n'y a que 15 erreurs doubles possibles sur un noeud borroméen

à 3 ronds colorés : (6 premiers choix $\times$ 5 deuxièmes choix) ($\div$ 2 pour cause de doublons)

Il se vérifie également que l'effet d'une erreur double est différent suivant que les 2 erreurs concernent le même couple de ronds (RS, SI ou IR) ou les trois ronds deux par deux :

- Une erreur double concernant deux ronds seulement a pour effet de délier totalement les trois ronds, transformant le noeud borroméen en trois ronds indépendants :

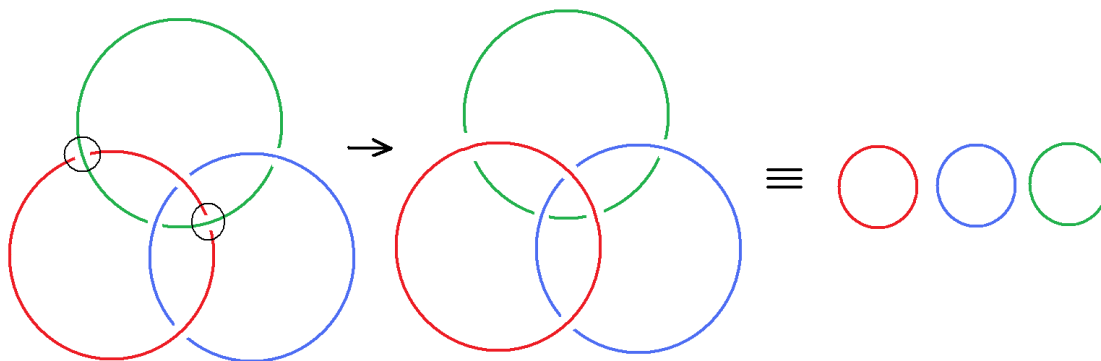


Figure 10 : Exemple d'une erreur double IR-IR : les trois ronds sont libérés

- Une erreur double touchant les trois ronds deux par deux a pour effet de transformer le noeud borroméen en une chaîne de trois ronds, dont l'un fait lien entre les deux autres. Celui qui fait lien est celui qui est impliqué dans les deux erreurs.

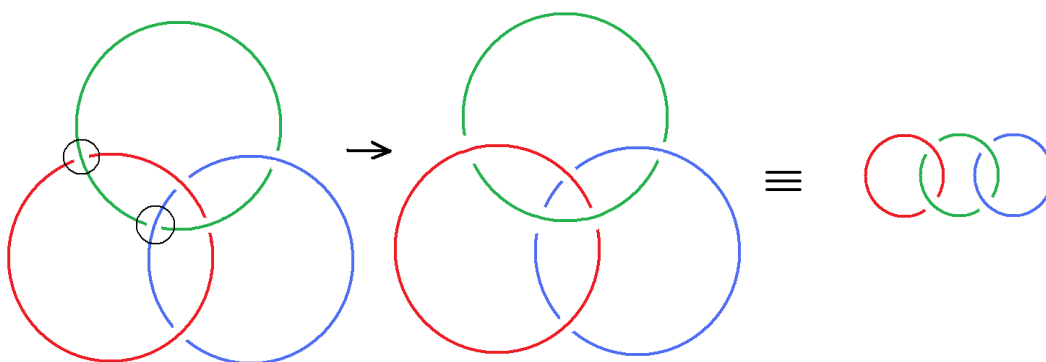


Figure 11 : Exemple d'une erreur double IR IS : les ronds R et S sont liés par I qui fait moyen

Il y a 15 erreurs doubles distinctes, dont 3 délient entièrement le noeud et 12 donnent une chaîne.

Effet d'une erreur triple :

Le lecteur établira facilement qu'il y a 20 erreurs triples distinctes : (6 premiers choix $\times$ 5 deuxièmes choix $\times$ 4 troisièmes choix) ($\div$ 3 $\times$ 2 pour cause de doublons)

Pour les classer par leurs effet il convient de faire une remarque préliminaire : le noeud borroméen mis à plat de façon conventionnelle comporte 6 points d'intersection, qui peuvent être décrits par :

- Les deux registres concernés
- le fait d'être près du centre (C, comme central) ou près de la périphérie (E comme extérieur).

Par exemple, dans la figure ci-dessus, ce sont les points IR-E et SI-C qui sont entourés.

Ces 6 points forment un graphe comme indiqué ci-dessous :

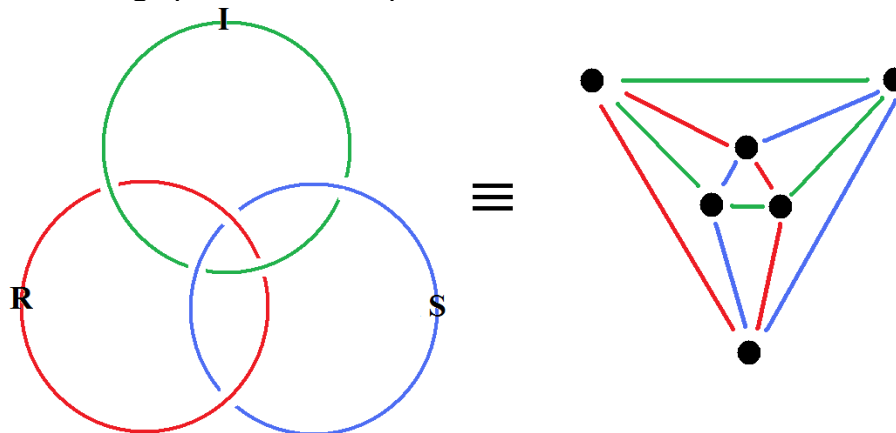


Figure 12

Etant donné un point, parmi les 5 restants, 4 peuvent être considérés comme ses voisins, en ceci qu'ils sont à une distance de une arête de lui. Un seul peut être considéré comme distant, en ceci qu'il en est séparé par deux arêtes.

Sont seuls à considérer comme distants les couples de points : {RS-C ; RS-E}, {SI-C ; SI-E}, {IR-C ; IS-E}. Tous les autres couples de points sont des voisins.

Il en résulte que les erreurs triples peuvent être classées en deux catégories : celle qui concernent un triangle de trois voisins, et celles qui concernent deux voisins et un distant.

Un exemple d'erreur triple concernant trois voisins est donné ci-dessous :

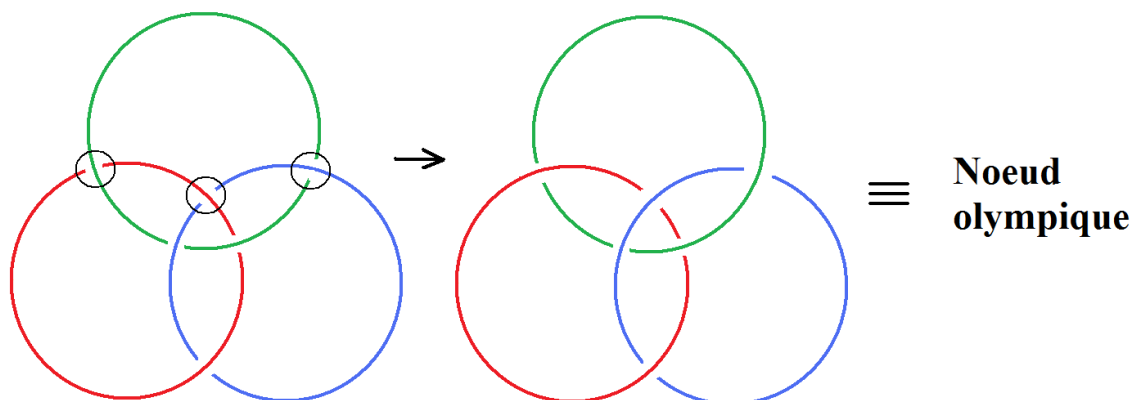


Figure 13

Le lecteur se convaincra aisément que toutes les erreurs triples concernant trois points voisins donnent le même résultat, à savoir un entrelac dit par Lacan «olympique», tel que chaque rond traverse le «trou» des deux autres, si bien que la rupture d'un quelconque des rond laisse les deux autres liés.

Un exemple d'erreur triple concernant deux voisins et un distant est donné ci-dessous :

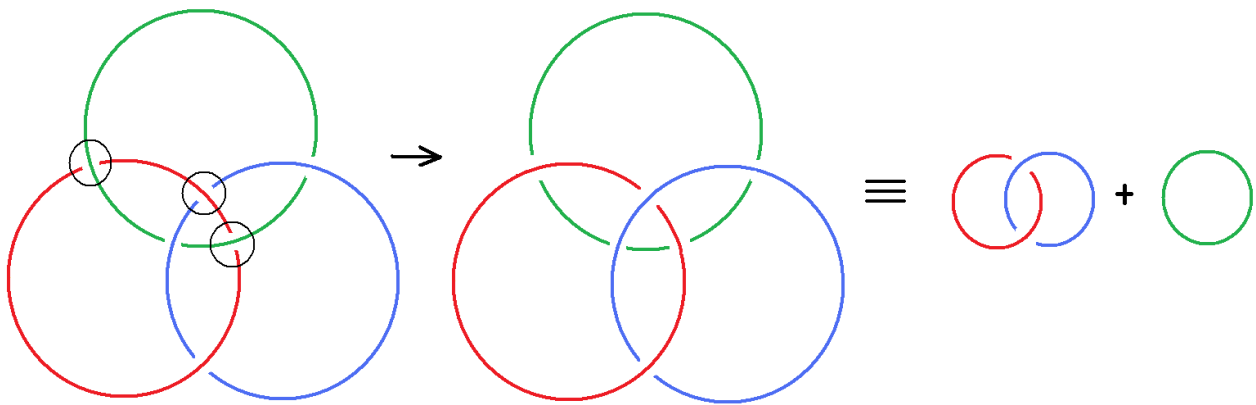


Figure 14

On voit que dans ce cas, on obtient le même type de résultat que pour une erreur unique. Dans l'exemple ci-dessus, les deux erreurs R-I délient le noeud complètement, et la troisième erreur relie R et S en un enlacement de Hopf.

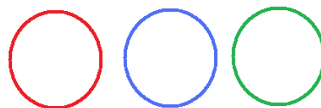
Au total, il y a 20 erreurs triples dont ;

- 8 donnent un noeud olympique (autant que de triskels)
- 12 donnent un registre libre et un enlacement de Hopf.

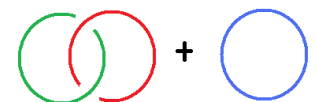
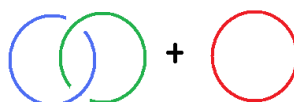
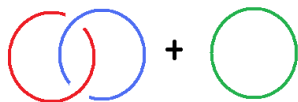
Résumé :

On peut en conclusion récapituler la liste des résultats possible d'une ou plusieurs erreurs dessus-dessous :

- déliaison totale : Figure 15



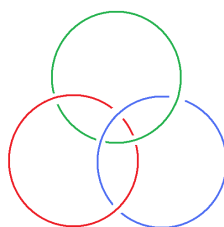
- liaison de deux ronds et libération d'un troisième (R, S, ou I) : Figure 16



- chaîne avec deux extrêmes et un moyen (R, S ou I) : Figure 17



- noeud olympique : Figure 18



Toute erreur dessus-dessous sur le noeud borroméen à trois ronds a pour résultat l'une des 8 configurations ci-dessus

Diachronie :

On peut remarquer que les erreurs dessus-dessous peuvent parfaitement se lire comme des événements intervenant dans le cours du développement du sujet, tel qu'il peut éventuellement s'inscrire dans la réalisation étape par étape d'une tresse.

Le noeud borroméen classique peut s'écrire comme le résultat de 6 croisements successifs, se succédant dans le temps comme indiqué ci dessous :

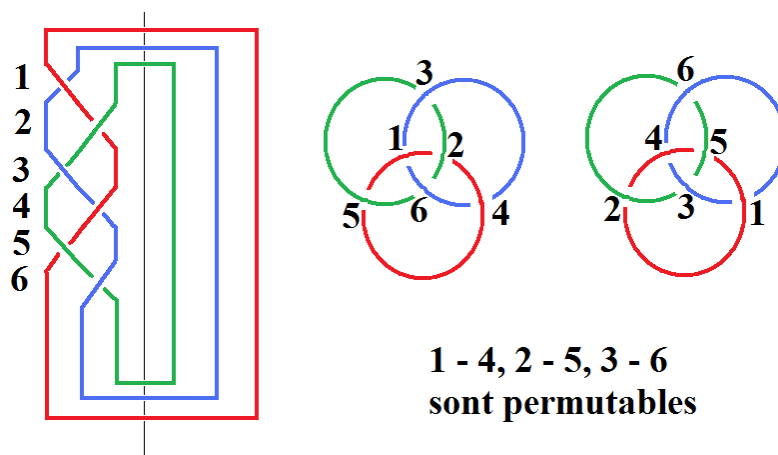


Figure 19

Cette représentation n'est évidemment pas unique et dépend de la lecture clinique de chacune des 6 étapes.

On peut néanmoins noter dès à présent que le répertoire des effets des erreurs dessus-dessous pourrait se lire en termes plus précis :

Une erreur unique aux étapes 1 ou 4 lie le réel et le symbolique, et libère l'imaginaire.

Une erreur unique aux étapes 2 ou 5 lie l'imaginaire et le réel et libère le symbolique.

Une erreur unique aux étapes 3 ou 6 lie le symbolique et l'imaginaire et libère le réel.

Une erreur double aux étapes 1 - 4, 2 - 5 et 3 - 6 libère totalement les trois registres les uns des autres. Toutes les autres erreurs doubles transforment le noeud borroméen en chaîne avec deux extrêmes et un moyen.

Une erreur triple donne un noeud olympique dans les 8 cas suivants :

123 - 126 - 135 - 156 - 234 - 246 - 345 - 456

Toutes les autres erreurs triples (12 cas) libère un rond et laisse les deux autres liés, comme une

erreur unique.

Une erreur quadruple est équivalente à une erreur double sur les deux étapes restantes.

Une erreur quintuple est équivalente à une erreur unique sur l'étape restante.

Une erreur sextuple est équivalente à pas d'erreur du tout.